

# 確率及び統計 / レポート 3

学籍番号： 095707B  
氏名： 大城 佳明  
提出日： 2010年5月25日

## 1 問題

ある事象の発生する確率が 0.3 で、この事象を用いてベルヌイ試行を行うとき、チェビシエフの不等式を用いて以下に答えよ。

- (1) 1000 回試行したとき、事象が発生した回数が区間  $(300 - k, 300 + k)$  内にある確率を 0.95 以上にするような最小の自然数  $k$  の値を求めよ。
- (2) 事象の発生する割合が区間  $(0.2, 0.4)$  内にある確率を 0.95 以上にするためには、試行回数を何回以上にしなければならないか求めよ。

## 2 解答

### 2.1 (1) 自然数 $k$ を求めよ。

チェビシエフの不等式は

$$P(|X - \mu| < \epsilon) \geq 1 - \frac{\sigma^2}{\epsilon^2}$$

を利用して解くと、

$$\mu = E[X] = np = 1000 \cdot 0.3 = 300$$

$$\sigma^2 = E[(X - E[X])^2] = np(1 - p) = 300(1 - 0.3) = 210$$

これをチェビシエフの不等式に代入し、さらにその値が 0.95 以上にするので、

$$P(|X - 300| < k) \geq 1 - \frac{210}{k^2} \geq 0.95$$

よって、 $1 - \frac{210}{k^2} \geq 0.95$  を解けばよい

$$\begin{aligned} 1 - \frac{210}{k^2} &\geq 0.95 \\ k^2 &\geq 4200 \end{aligned}$$

$$k > 0 \text{ より} \quad k \geq 64.807$$

したがって、 $k$  は自然数より

$$\therefore k = 65$$

2.2 (2) 試行回数を何回以上にしなければならないか求めよ。

試行回数を  $n$  回とする。

$$P\left(\left|\frac{X}{n} - p\right| < \epsilon\right) \geq 1 - \frac{p(1-p)}{n\epsilon^2} \quad (1)$$

を利用して解くと、

$$E\left[\frac{X}{n}\right] = p = 0.3$$

$$E\left[\left(\frac{X}{n} - E\left[\frac{X}{n}\right]\right)^2\right] = \frac{p(1-p)}{n} = \frac{0.21}{n}$$

これを (1) に代入し、さらにその値が 0.95 以上にするので、

$$\begin{aligned} 1 - \frac{0.21}{n} &\geq 0.95 \\ \frac{1}{n} &\geq \frac{0.05}{0.21} \\ n &\geq 20 \times 21 \\ &\geq 420 \end{aligned}$$

したがって、試行回数を 420 回以上にしなければならない。