デジタル信号処理
～レポート 3～

e055717 金城佑典

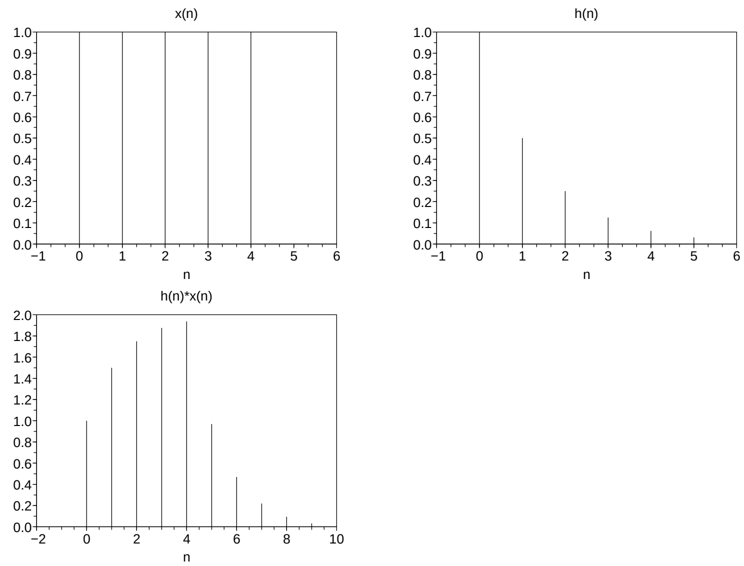
2007/5/25(金)

目 次

1　畳み込みの練習

$$
\begin{aligned}
x(n) &= u(n) - u(n-5) \\
h(n) &= \begin{cases} 0.5^n (n \geq 0) \\ 0 (n < 0) \end{cases}
\end{aligned}
$$

のとき $h(n) * x(n)$ は



2　問題 2.1

2.1　問題 2.1(2)

$y(nT) = x^2(nT) + x(nT+T)$

2.1.1　線形性

A,B は任意の実定数

$$
\begin{aligned}
&R[Ax_1(nT) + Bx_2(nT)] = \{Ax_1(nT) + Bx_2(nT)\}^2 + \{Ax_1(nT+T) + Bx_2(nT+T)\} \\
&\quad = A^2x_1^2(nT) + 2ABx_1(nT)x_2(nT) + B^2x_2^2(nT) + Ax_1(nT+T) + Bx_2(nT+T) \\
&AR[x_1(nT)] + BR[x_2(nT)] = A[x_1^2(nT) + x_1(nT+T)] + B[x_2^2(nT) + x_2(nT+T)] \\
&\quad = A[x_1^2(nT) + Ax_1(nT+T) + Bx_2^2(nT) + Bx_2(nT+T)
\end{aligned}
$$

よって線形性はない

2.1.2　時不変性

k は任意の時間遅れ

$$y(nT-kT)=x^2(nT-kT)+x(nT-kT+T)$$
$$R[x(nT-kT)]=x^2((nT-kT))+x((nT-kT)+T)$$

よって時不変性がある

2.1.3　因果性

線形時不変システム（LSI）ではないので未来の出力が影響するかをしらべる
$n=-1$ とする

$$y(-T)=x^2(-T)+x(-T+T)=x^2(-T)+x(0)$$

$-T$ より未来の信号 $x(0)$ に影響されるので因果性はない

2.2　問題 2.1(4)

$y(nT)=a^n(nT-T)(|a|<1)$

2.2.1　線形性

A,B は任意の実定数

$$R[Ax_1(nT)+Bx_2(nT)]=R[Aa_1^n x(nT-T)+Ba^n x_2(nT-T)]$$
$$=Aa_1^n x(nT-T)+Ba^n x_2(nT-T)$$
$$BR[x_1(nT)]+BR[x_2(nT)]=AR[a_1^n x(nT-T)]+BR[a^n x_2(nT-T)]$$
$$=Aa_1^n x(nT-T)+Ba^n x_2(nT-T)$$

よって線形性がある

2.2.2　時不変性

k は任意の時間遅れ

$$y(nT-kT)=a^{n-k}x(nT-kT-T)$$
$$R[x(nT-kT)]=a^n x(nT-kT-T)$$

よって時不変性はない

2.2.3　因果性

　線形時不変システム（LSI）ではないので未来の出力が影響するかをしらべる
$n = -1$ とする

$$y(-T) = a^{-1}x(-T-T) = a^{-1} - 2T$$

$-T$ より未来の信号に影響されていないので因果性あり

2.3　問題 2.1(6)

$$y(nT) = \{an + x(nT+2T)\}^2 = a^2n^2 + 2anx(nT+2T) + x^2(nT+2T)$$

2.3.1　線形性

　A,B は任意の実定数

$$R[Ax_1(nT) + Bx_2(nT)] = a^2n^2 + 2an[Ax_1(nT+2T) + Bx_2(nT+2T)] + [Ax_1(nT+2T) + Bx_2(nT+2T$$
$$BR[x_1(nT)] + BR[x_2(nT)] = A(a^2n^2 + 2anx_1(nT+2T)...$$

よって線形性はない

2.3.2　時不変性

　k は任意の時間遅れ

$$y(nT-kT) = a^2(n-k)^2 + 2a(n-k)x(nT-kT+2T) + x^2(nT-kT+2T)$$
$$R[x(nT-kT)] = a^2n^2 + 2anx(nT-kT+2T) + x^2(nT-kT+2T)$$

よって時不変性はない

2.3.3　因果性

　線形時不変システム（LSI）ではないので未来の出力が影響するかをしらべる
$n = -1$ とする

$$\begin{aligned} y(-T) &= a^2(-1)^2 + 2a(-1)x(-T+2T) + x^2(-T+2T) \\ &= a^2 - 2a(T) + x^2(T) \end{aligned}$$

$-T$ より未来の信号 $x^2(T)$ に影響されているので因果性なし

3　問題 2.2

3.1　問題 2.2(b)

$$
\begin{aligned}
&x_1(nT) = x(nT-T)\\
&x_2(nT) = x_1(nT-T)\\
&y(nT) = \{x(nT) + 2*x_1(nT)\} + x_2(nT) + \{3*x(nT) + 4*x_1(nT)\} = 4*x(nT) + 6*x_1(nT) + x_2(nT)\\
&\quad = 4*x(nT) + 6*x(nT-T) + x(nT-2T)
\end{aligned}
$$

よってインパルス応答は

$$y(0) = 4\ ,\ y(1) = 6\ ,\ y(2) = 1\ .\ y(3)\ (9) = 0$$

3.2　問題 2.2(f)

$$
\begin{aligned}
&x_1(nT) = x(nT-T)\\
&x_2 = 3*\{x(nT-T) + 2*x_1(nT-T)\}\\
&x_3 = 4*\{x(nT-T) + 2*x_1(nT-T)\} + x_2(nT-T)\\
&y(nT) = 5*\{x(nT) + 2*x_1(nT)\} + x_3(nT)\\
&\quad = 5*\{x(nT) + 2*x_1(nT)\} + 4*\{x(nT-T) + 2*x_1(nT-T)\} + x_2(nT-T)\\
&\quad = 5*x(nT) + 10*x_1(nT) + 4*x(nT-T) + 8*x_1(nT-T) + 3*\{x(nT-2T) + 2*x_1(nT-2T)\}\\
&\quad = 5*x(nT) + 10*x(nT-T) + 4*x(nT-T) + 8*x(nT-2T) + 3*x(nT-2T) + 6*x(nT-3T)\\
&\quad = 5*x(nT) + 14*x(nT-T) + 11*x(nT-2T) + 6*x(nT-3T)
\end{aligned}
$$

よってインパルス応答は

$$y(0) = 5\ ,\ y(1) = 14\ ,\ y(2) = 11\ .\ y(3) = 6\ .\ y(4)\ y(9) = 0$$

4　問題 2.4

4.1　問題 2.4(1)

(a) の差分方程式 y_a は

$$y_a(nT) = h_0x(nT) + h_1x(nT-T) + h_2x(nT-2T)$$

(b) の差分方程式 y_b は

$$y_b(nT) = w_0x(nT-2T) + w_1x(nT-T) + w_2x(nT)$$

4.2 問題 2.4(2)

それぞれのインパルス応答は

$$y_a(0) = h_0\ ,\ y_a(1) = h_1\ ,\ y_a(3) = h_2\ ,\ y_a(4) = 0$$
$$y_b(0) = w_2\ ,\ y_b(1) = w_1\ ,\ y_b(3) = w_0\ ,\ y_b(4) = 0$$

よって二つの回路が同じインパルス応答をもつには $h_0 = w_2$, $h_1 = w_1$, $h_2 = w_0$ でなければならない

4.3 問題 2.5(1)

$a = [0, 1, 1, 0, 0], b = [2, 1, -1, -2, 0]$ なので $a(nT) * b(nT)$ のインパルス応答は

$$a(0) * b(0) = 0\ ,\ a(1) * b(1) = 2\ ,\ a(2) * b(2) = 3\ ,\ a(3) * b(3) = 0\ ,\ a(4) * b(4) = -3\ ,\ a(5) * b(5) = -2$$

4.4 問題 2.5(6)

$a = [0, 1, 1, 0, 0], d = [0, 1, 0, 2, 0]$ なので $a(nT) * d(nT)$ のインパルス応答は

$$a(0) * d(0) = 0\ ,\ a(1) * d(1) = 0\ ,\ a(2) * d(2) = 1\ ,\ a(3) * d(3) = 1\ ,\ a(4) * d(4) = 2\ ,\ a(5) * d(5) = 2$$

参考文献

[1] 例題で学ぶデジタル信号処理
金城繁徳　尾知博　コロナ社　2004/9/15