デジタル信号処理
〜レポート 5〜

e055717 金城佑典

2007/5/25(金)

目 次

1 例 3.5 と list3.5 **2**

2 表 3.3 の証明 **2**

2.1 (4) 時間シフト 2

2.2 (5) 周波数シフト 3

2.3 (6) 時間領域たたみ込み 3

3 問題 3.6 **3**

3.1 問題 3.6(b) 3

3.2 問題 3.6(2) 3

4 問題 3.8 **4**

5 問題 3.9 **4**

5.1 問題 3.9(2) 4

6 問題 3.10 **4**

7 問題 3.11 **5**

8 問題 3.13 **5**

9 問題 3.14 **6**

10 問題 3.15 **6**

11 問題 3.16 **6**

12 問題 3.17 **7**

13 問題 3.17(1) **7**

14 問題 3.17(2) **7**

1 例 3.5 と list3.5

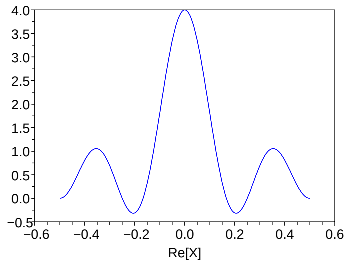
$x(nT) = u(nT) - u(nt - NT)$ なので、$N = 4,\ T = 1s$ とすると例 3.2 より

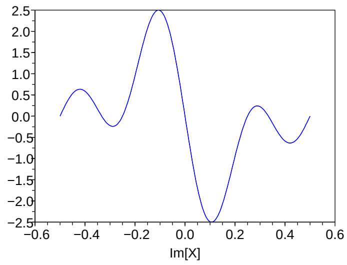
$$X(\omega) = \sum_{n=0}^{3} e^{-j3\omega n} = \frac{sin2\omega}{sin\frac{\omega}{2}} e^{-j\frac{3\omega}{2}}$$

よって

$$Re[X(\omega)] = \frac{sin2\omega}{sin\frac{\omega}{2}} cos\left(\frac{3\omega}{2}\right)$$
$$Im[X(\omega)] = \frac{sin2\omega}{sin\frac{\omega}{2}} sin\left(\frac{3\omega}{2}\right)$$

なのでグラフは





2 表 3.3 の証明

2.1 (4) 時間シフト

$F[x(nT)] = X(\omega)$ とする

$$F[x(nT - kT)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x((n-k)T) e^{-j\omega nT}$$

ここで $(n - k) = x$ とおくと

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(x) e^{-j\omega(x+k)T}$$
$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(x) e^{-j\omega xT} e^{-j\omega kT}$$
$$= X(\omega) e^{-j\omega kT}$$

2.2　(5) 周波数シフト

$F[x(nT)] = X(\omega)$ とする

$$
\begin{aligned}
F[x(nT)e^{j\omega_1 nT}] &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega nT}e^{j\omega_1 nT} \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j(\omega-\omega_1)nT} \\
&= X(\omega-\omega_1)
\end{aligned}
$$

2.3　(6) 時間領域たたみ込み

$F[x_i(nT)] = X_i(\omega)$ とする

3　問題 3.6

3.1　問題 3.6(b)

$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega nT}$ より

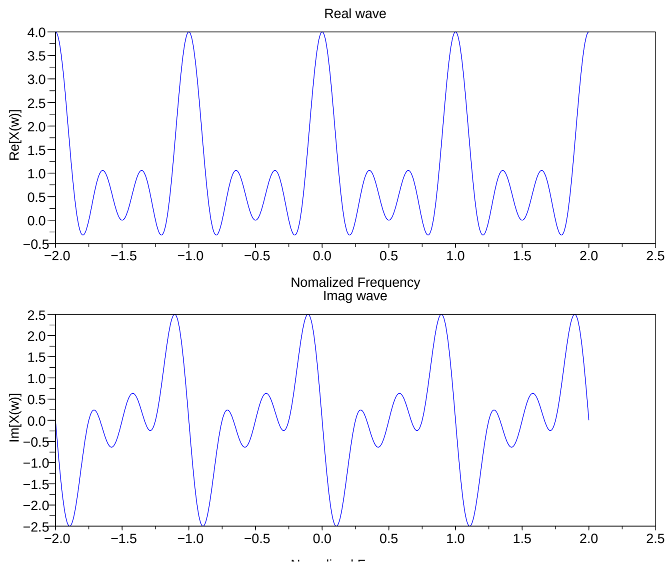
$$
\begin{aligned}
X(\omega) &= e^0 + 2e^{-j\omega T} + 3e^{-j\omega 2T} + 2e^{-j\omega 3T} + 1e^{-j\omega 24T} \\
&= \sum_{n=0}^{20} sin(2\pi f nT)e^{-j\omega nT}
\end{aligned}
$$

3.2　問題 3.6(2)

$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega nT}$ より

$$
\begin{aligned}
X(\omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [u(nT) - u(nT-20T)]sin(2\pi f nT)e^{-j\omega nT} \\
&= \sum_{n=0}^{20} sin(2\pi f nT)e^{-j\omega nT} \\
&= \frac{1}{2j}\left(\frac{1-e^{-j\omega_1 20T}}{1-e^{-j\omega_1 T}} - \frac{1-e^{-j\omega_2 20T}}{1-e^{-j\omega_2 T}}\right) \\
&= \frac{1}{2j}\left(\frac{sin10\omega_1 T}{sin\omega_1 \frac{T}{2}}e^{-j\frac{19}{2}\omega_1 T} - \frac{sin10\omega_2 T}{sin\omega_2 \frac{T}{2}}e^{-j\frac{19}{2}\omega_2 T}\right)
\end{aligned}
$$

4　問題 3.8



5　問題 3.9

5.1　問題 3.9(2)

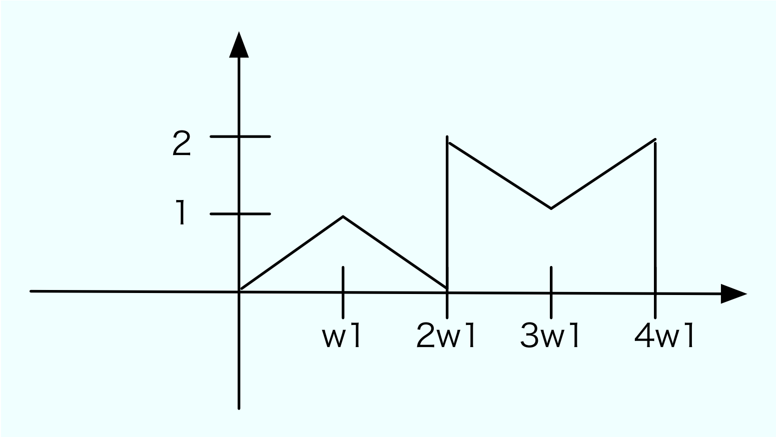
$\sum_{n=-\infty}^{\infty} Ev[x(nT)]e^{-j\omega nT} = Re[X(\omega)]$ の証明（ただし $Ev[x(nT)]$ は $x(nT)$ の偶関数成分）($*$ は複素共役)

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} Ev[x(nT)]e^{-j\omega nT}$$
$$= \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega nT} + \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(-nT)e^{-j\omega nT}$$
$$= \frac{1}{2}(X(j\omega) + X*(j\omega)) = Re[X(j\omega)]$$

よって成立する

6　問題 3.10

$$X_6(j\omega) = X_1\{j(\omega-\omega_1)\}e^{-2j(\omega-\omega_1)T}2X\{j(\omega-3\omega_1)\}$$

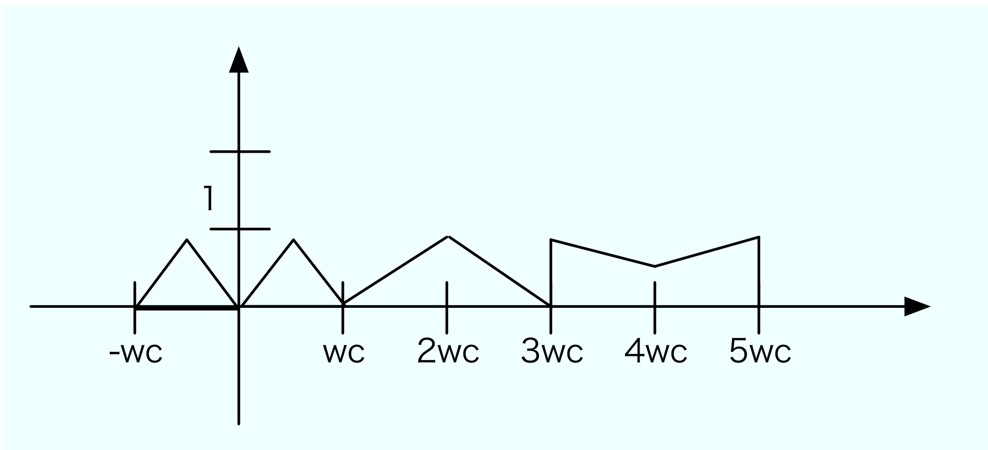


7 問題 3.11

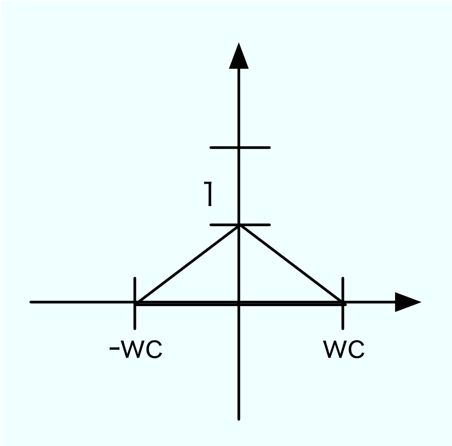
$$X(j\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X_1(j\omega_0)X_2(j(\omega-\omega_0))d\omega_0$$

8 問題 3.13

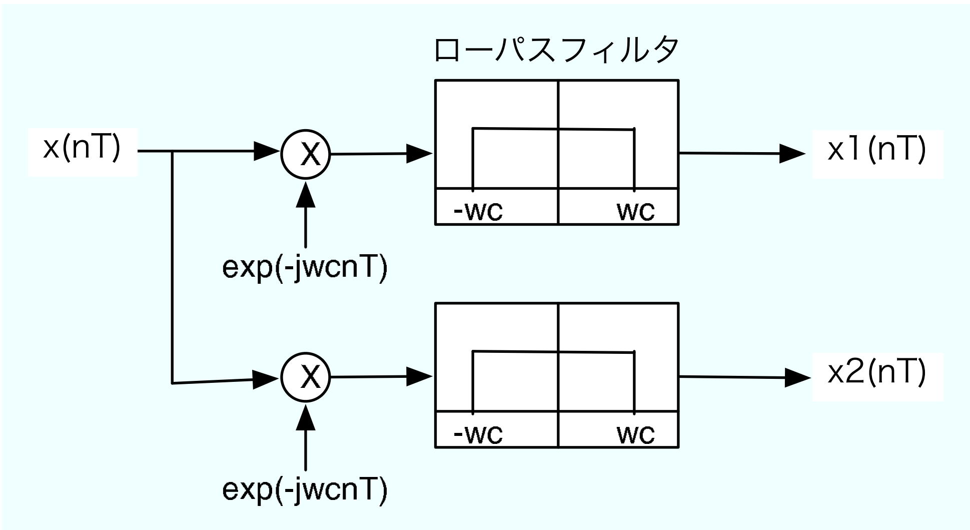
$$X(j\omega) = X_1\{j(\omega)\} + X_2\{j(\omega-2\omega_c)\} + X_3\{j(\omega-4\omega_c)\}$$



9　問題 3.14



10　問題 3.15



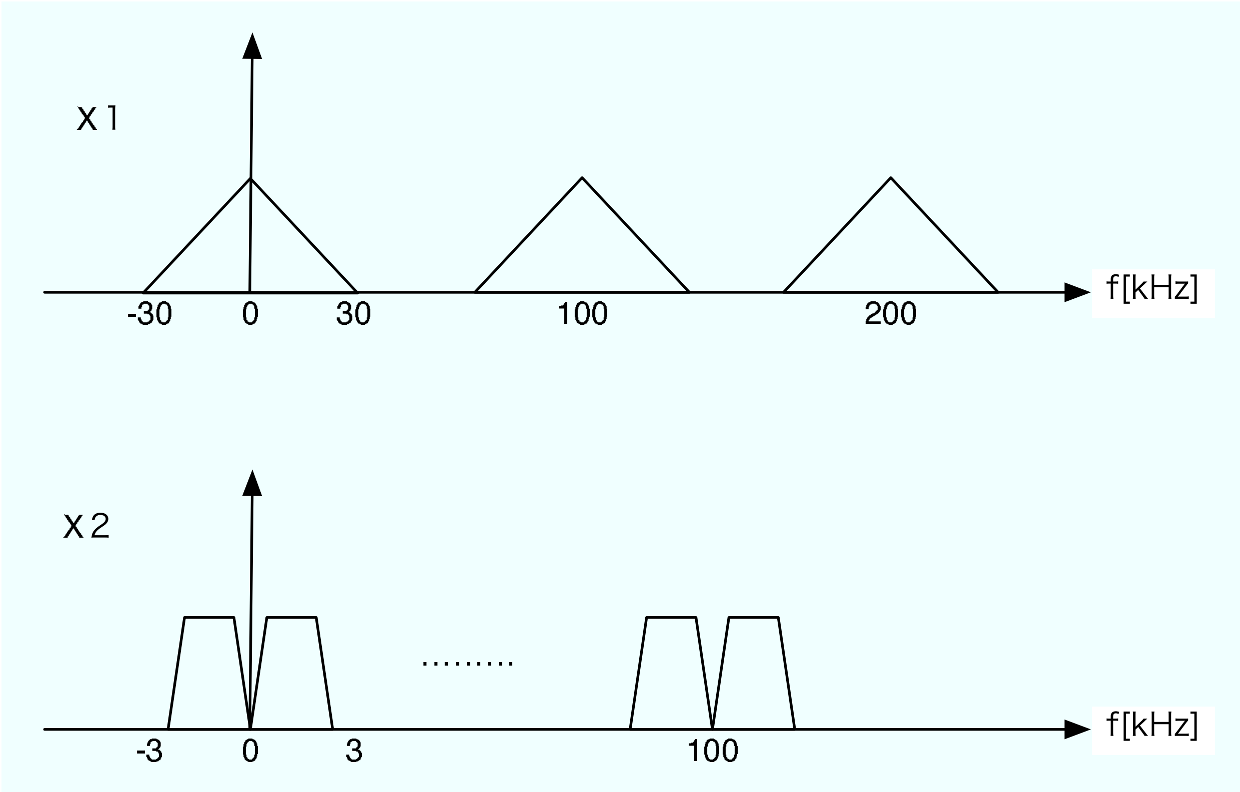
11　問題 3.16

$x_i(t) = cos(2\pi f_i t)$ ここで $f_1 = 2kHz$,$f_2 = 14kHz$,$f_3 = 18kHz$,$f_4 = 30kHz$, $f_5 = 34kHz$,$f_6 = 46kHz$,$f_7 = 50kHz$

12　問題 3.17

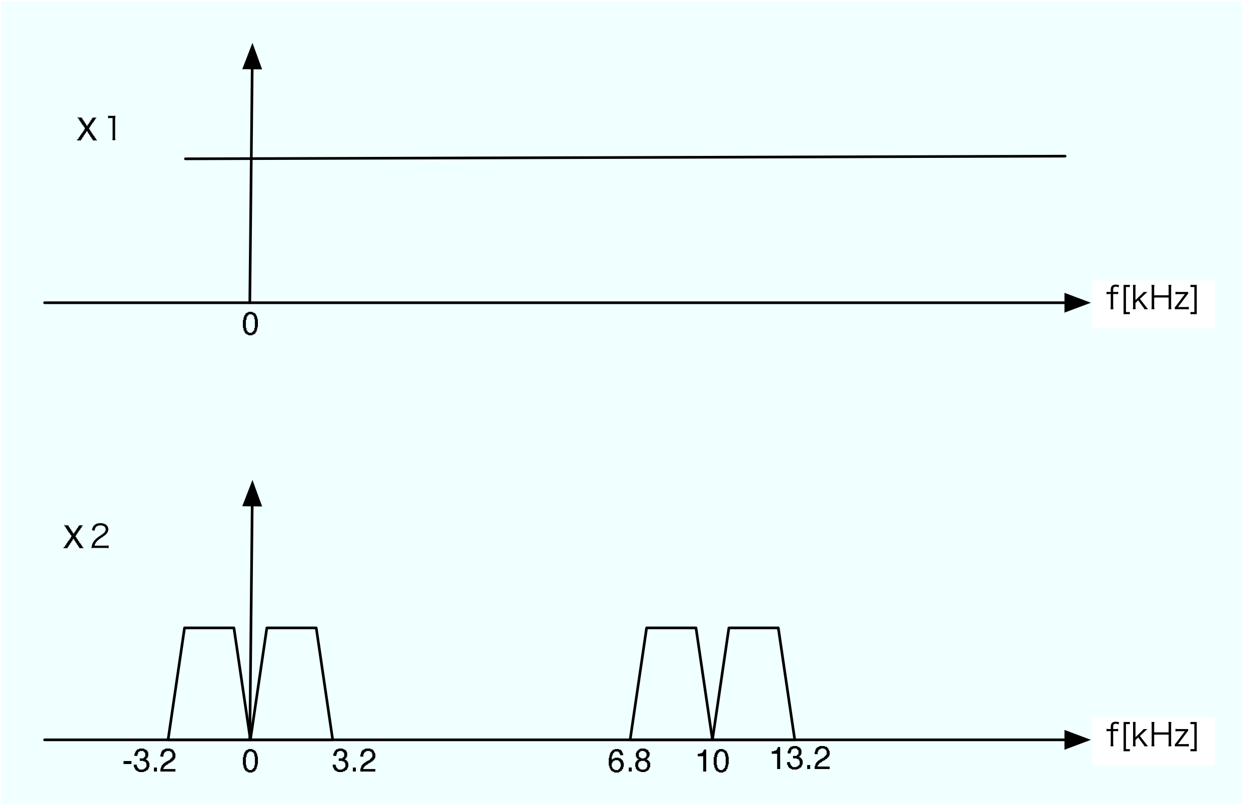
13　問題 3.17(1)

T=0.01ms のとき



14　問題 3.17(2)

T=0.1ms のとき



参考文献

[1] 例題で学ぶデジタル信号処理
金城繁徳　尾知博　コロナ社　2004/9/15