

デジタル信号処理  
～レポート9～

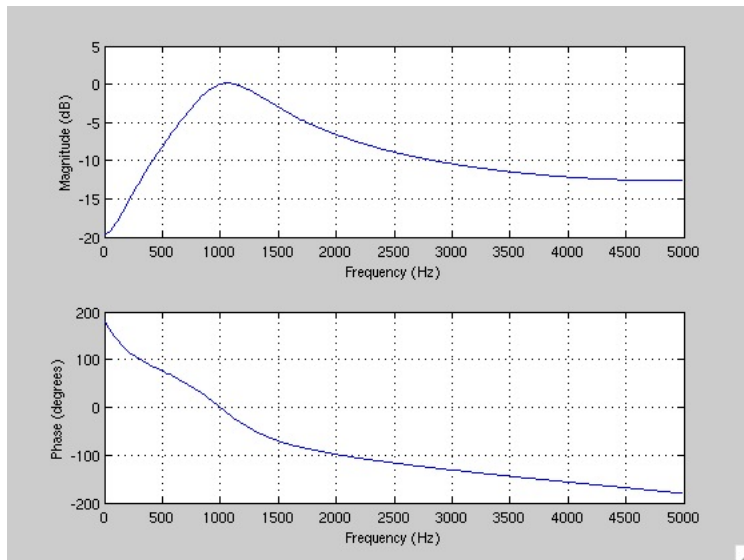
e055717 金城佑典

2007/7/28(土)

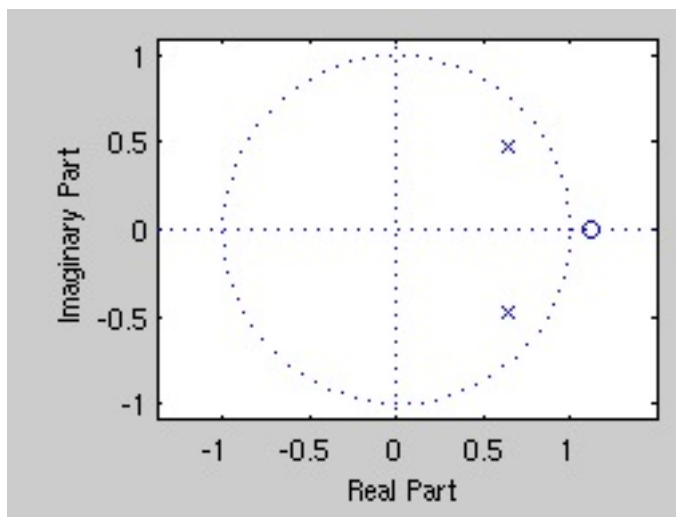
## 目次

1	List5.3	2
2	List5.4	2
3	List5.5	3
4	List5.6	3
5	問題 5.5	3
	5.1 問題 5.5(1) . . . . .	3
6	問題 5.6	4
	6.1 問題 5.6(3) . . . . .	4
	6.2 問題 5.6(5) . . . . .	5
7	問題 5.7	6
8	問題 5.8	6
	8.1 問題 5.8(d) . . . . .	6

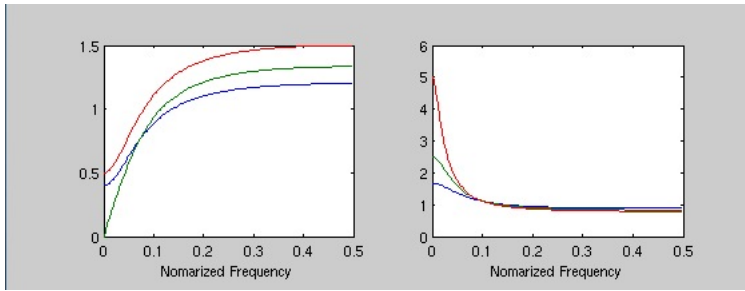
## 1 List5.3



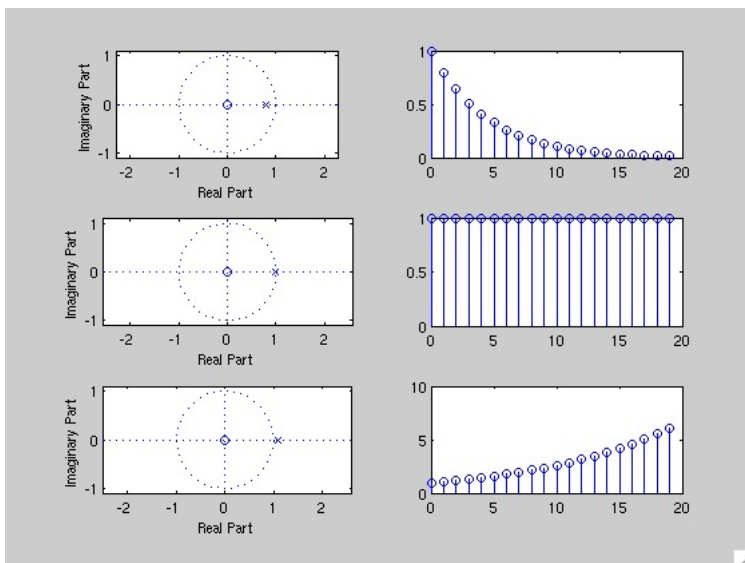
## 2 List5.4



### 3 List5.5



### 4 List5.6



## 5 問題 5.5

### 5.1 問題 5.5(1)

$$y(nT) = x(nT - T) + 0.25y(nT - 2T) , x(nT) = \delta(nT)$$

のとき

p77 の表 5.2 より、 $x(nT) \xleftrightarrow{x} X(z)$  とすると  $x(nT - kT) \xleftrightarrow{x} X(z)z^{-k}$  なので、両辺を  $z$  変換すると

$$\begin{aligned} Y(z) &= X(z)z^{-1} + 0.25Y(z)z^{-2} \\ \rightarrow Y(z) &= \frac{z^{-1}}{1 - 0.25z^{-2}}X(z) \end{aligned}$$

ここで p77 の表 5.1 より、 $x(nT) = \delta(nT) \rightarrow X(z) = 1$  なので

$$Y(z) = \frac{z^{-1}}{1 - 0.25z^{-2}} = \frac{z^{-1}}{(1 + 0.5z^{-1})(1 - 0.5z^{-1})}$$

部分分数展開 (p78 の 5.2.2) すると

$$Y(z) = \frac{A_1}{1 + 0.5z^{-1}} + \frac{A_2}{1 - 0.5z^{-1}}$$

$$\begin{aligned} A_1 &= (1 + 0.5z^{-1})Y(z)|_{z^{-1} = -\frac{1}{0.5}} \\ &= \frac{z^{-1}}{1 - 0.5z^{-1}}|_{z^{-1} = -\frac{1}{0.5}} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= (1 - 0.5z^{-1})Y(z)|_{z^{-1} = \frac{1}{0.5}} \\ &= \frac{z^{-1}}{1 + 0.5z^{-1}}|_{z^{-1} = \frac{1}{0.5}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

つまり

$$Y(z) = \frac{-1}{1 + 0.5z^{-1}} + \frac{1}{1 - 0.5z^{-1}} = -\frac{1}{1 - (-0.5)z^{-1}} + \frac{1}{1 - 0.5z^{-1}}$$

なので、p77 の表 5.1(4) より

$$y(nT) = -(-0.5)^n u(nT) + (0.5)^n u(nT) = (-(-0.5)^n + (0.5)^n) u(nT)$$

## 6 問題 5.6

### 6.1 問題 5.6(3)

$$y(nT) = x(nT - T) - \frac{1}{2}y(nT - T)$$

$z$  変換すると

$$\begin{aligned} Y(z) &= X(z)z^{-1} - \frac{1}{2}Y(z)z^{-1} \\ \rightarrow \left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)Y(z) &= X(z)z^{-1} \\ \rightarrow Y(z) &= \frac{z^{-1}}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}X(z) \end{aligned}$$

なので伝達関数  $H(z)$  は

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1 + 0.5z^{-1}}$$

インパルス応答  $h(nT)$  は

$$h(nT) = (-0.5)^{n-1}u(nT - T)$$

## 6.2 問題 5.6(5)

$$y(nT) = x(nT) + x(nT - 2T) + \frac{1}{4}y(nT - 2T)$$

$z$  変換すると

$$\begin{aligned} Y(z) &= X(z) + X(z)z^{-2} + \frac{1}{4}Y(z)z^{-2} \\ \rightarrow \left(1 - \frac{1}{4}z^{-2}\right)Y(z) &= (1 + z^{-2})X(z) \\ \rightarrow Y(z) &= \frac{1 + z^{-2}}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}}X(z) \end{aligned}$$

なので伝達関数  $H(z)$  は

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + z^{-2}}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}} \\ &= \frac{-4 + z^{-2} + 5}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}} \\ &= \frac{-4 + z^{-2}}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}} + \frac{5}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}} \\ &= \frac{-4(1 - \frac{1}{4}z^{-2})}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}} + \frac{5}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}} \\ &= -4 + \frac{5}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}} = -4 + \frac{5}{1 - 0.25z^{-2}} \end{aligned}$$

ここで

$$\frac{5}{1 - 0.25z^{-2}} = \frac{A_1}{1 + 0.5z^{-1}} + \frac{A_2}{1 - 0.5z^{-1}}$$

$$\begin{aligned} A_1 &= (1 + 0.5z^{-1}) \frac{5}{1 - 0.25z^{-2}} \Big|_{z^{-1} = -\frac{1}{0.5}} \\ &= \frac{5}{1 - 0.5z^{-1}} \Big|_{z^{-1} = -\frac{1}{0.5}} \\ &= 2.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= (1 - 0.5z^{-1}) \frac{5}{1 - 0.25z^{-2}} \Big|_{z^{-1} = \frac{1}{0.5}} \\ &= \frac{5}{1 + 0.5z^{-1}} \Big|_{z^{-1} = \frac{1}{0.5}} \\ &= 2.5 \end{aligned}$$

つまり

$$\frac{5}{1 - 0.25z^{-2}} = \frac{2.5}{1 + 0.5z^{-1}} + \frac{2.5}{1 - 0.5z^{-1}}$$

なので、p77 の表 5.1(1)(4) よりインパルス応答  $h(nT)$  は

$$h(nT) = -4\delta(nT) + 2.5((0.5)^n)u(nT) + 2.5((-0.5)^n)u(nT) = -4\delta(nT) + 2.5((0.5)^n + (-0.5)^n)u(nT)$$

## 7 問題 5.7

図 5.12(a) の差分方程式は

$$y(nT) = h_0x(nT) + h_1x(nT - T) + h_2x(nT - 2T)$$

$z$  変換すると

$$Y(z) = h_0X(z) + h_1X(z)z^{-1} + h_2X(z)z^{-2}$$

よって図 5.12(a) の伝達関数は

$$H_a(z) = h_0 + h_1z^{-1} + h_2z^{-2}$$

一方、図 5.12(b) の差分方程式は

$$y(nT) = w_2x(nT) + w_1x(nT - T) + w_0x(nT - 2T)$$

$z$  変換すると

$$Y(z) = w_2X(z) + w_1X(z)z^{-1} + w_0X(z)z^{-2}$$

よって図 5.12(b) の伝達関数は

$$H_b(z) = w_2 + w_1z^{-1} + w_0z^{-2}$$

なので

$$h_0 = w_2, \quad h_1 = w_1, \quad h_2 = w_0$$

なら同じ伝達関数をもつ回路になる

## 8 問題 5.8

### 8.1 問題 5.8(d)

図 5.13(d) の差分方程式は

$$\begin{aligned} y(nT) &= x_1(nT - T) \\ x_1(nT) &= kx(nT) + ka_1x(nT - T) + (-b_1)x_1(nT - T) + (-b_2)x_1(nT - 2T) \end{aligned}$$

$z$  変換すると

$$Y(nT) = X_1(z)z^{-1}$$
$$X_1(z) = kX(z) + ka_1X(z)z^{-1} + (-b_1)X_1(z)z^{-1} + (-b_2)X_1(z)z^{-2}$$

$X_1(z)$  を  $X(z)$  について解くと

$$X_1(z) + b_1X_1(z)z^{-1} + b_2X_1(z)z^{-2} = kX(z) + ka_1X(z)z^{-1}$$
$$\rightarrow (1 + b_1(z)z^{-1} + b_2(z)z^{-2})X_1 = (k + ka_1z^{-1})X(z)$$
$$\rightarrow X(z) = \frac{1 + b_1(z)z^{-1} + b_2(z)z^{-2}}{k + ka_1z^{-1}}X_1(z)$$

よって伝達関数  $H(z)$  は

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = z^{-1} \frac{k + ka_1z^{-1}}{1 + b_1(z)z^{-1} + b_2(z)z^{-2}}$$
$$= \frac{k(1 + a_1z^{-1})}{1 + b_1(z)z^{-1} + b_2(z)z^{-2}} z^{-1}$$

これに

$r = 0.8$ 、 $w = -2\cos(\frac{\pi}{5}) = -1.618034$ 、 $k = (r - 1)w = 0.3236068$ 、 $a_1 = \frac{r+1}{w} = -1.1124612$ 、 $b_1 = rw = -1.2944272$ 、 $b_2 = r^2 = 0.64$  を代入すると

$$H(z) = \frac{0.3236068(1 + (-1.1124612)z^{-1})}{1 + (-1.2944272)(z)z^{-1} + 0.64(z)z^{-2}} z^{-1}$$

になるので

n y(nT)

0 0

1 1

2 0.1819

3 -0.4045

4 -0.6401

5 -0.5696

6 -0.3276

(以下略)

になるらしい

## 参考文献

[1] 例題で学ぶデジタル信号処理

金城繁徳 尾知博 コロナ社 2004/9/15