ディジタル信号処理 ／ 課題 4

氏名　本村健太（もとむらけんた）
学籍番号　055762F

受講日　2007/05/25
提出日　2007/06/01

目 次

4.1　問題 2.1(2)(4)(6)

この問題は、宿題 02 において既に解いたので今回は掲載しない。レポート 02 を参照のこと。

4.2　問題 2.5(1)

この問題は、宿題 03 において既に解いたので今回は掲載しない。レポート 03 を参照のこと。

4.3　問題 2.7

図より、

$$\begin{cases} y(0) = a & (n=0) \\ y(T) = 0.5a + b & (n=1) \\ y(2T) = 0.25a + 0.5b & (n=2) \\ \quad\vdots & \quad\vdots \end{cases}$$

である。
$y(nT) = \delta(nT)$ であるから、

$$\begin{cases} \delta(0) = y(0) & = 1 \\ \delta(1) = y(1) & = 0 \\ \delta(2) = y(2) & = 0 \\ \qquad\vdots & \quad\vdots \end{cases}$$

よって、

$$\begin{cases} a & = 1 \\ b & = -0.5 \end{cases}$$

である。

以上

4.4　問題 2.10

安定性の確認は、インパルス応答が無限に発散するか否かで判断する。

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(nT)| < \infty$$

ならば安定。

4.4.1　問題 2.10 (2)

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(nT)| = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{2} n(n+1) \to \infty$$

$\therefore$ 不安定である。

丁寧に式を展開していくと次のようになる。

$$\begin{aligned}\sum_{n=-\infty}^{\infty}|h(nT)| &= \sum_{n=-\infty}^{\infty}|\frac{1}{2}nu(nT)| \\ &= \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}|nu(nT)| \\ &= \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}|n|\sum_{n=-\infty}^{\infty}|u(nT)| \\ &= \frac{1}{2}\lim_{n\to\infty} n(n+1)\end{aligned}$$

なぜなら

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{n}|i| &= \frac{n(n+1)}{2} \qquad \text{であるから、} \\ \therefore \sum_{i=-n}^{n}|i| &\simeq n(n+1) \\ \therefore \lim_{n\to\infty}\sum_{i=-n}^{n}|i| &= \lim_{n\to\infty} n(n+1)\end{aligned}$$

$u(nT)$ はインパルスなので、

$$\begin{cases} u(0) = 1 \\ u(nT) = 0 \end{cases}$$

つまり

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}|u(nT)| = 1$$

である。

4.4.2　問題 2.10 (3)

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(nT)| = \lim_{n \to \infty} 2\left[\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1\right] \to \infty$$

$\therefore$ 不安定

丁寧に式を展開していくと次のようになる。
※上の式は教科書の解答であるが、残念ながらこの解答の導出には至らなかった (?)

$$\begin{aligned}
h(nT) &= \{(-1)^n + 1\}u(nT) \\
&= (-1)^n u(nT) + u(nT) \\
\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(nT)| &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} |(-1)^n| + 1 \qquad (\because \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(nT) = 1) \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} 1 + \sum_{n=-\infty}^{-1} |(-1)^n| + 1 \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} 1 + \sum_{n=1}^{\infty} |\frac{1}{(-1)^n}| + 1 \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} 1 + \sum_{n=2, n \text{ は偶数}}^{\infty} |1| + \sum_{n=1, n \text{ は奇数}}^{\infty} |-1| + 1 \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} 1 + \sum_{n=1}^{\infty} |1| + 1 \\
&= \lim_{n \to \infty} ((n+1) + (n) + 1) \\
&= \lim_{n \to \infty} (2n+2) \to \infty
\end{aligned}$$

4.5　問題 3.2

プロットだけ

4.6　問題 3.3

計算／理解すれば簡単に書ける

4.7　問題 3.6(b)(2)

離散信号のフーリエ変換（自学か...）

4.8　問題 3.8

プロットだけ

055762F 本村健太 ／ 2007.05.30(Wed) PM**:**
with LaTeX & Scilab