ディジタル信号処理 ／ 課題５【X】

氏名　本村健太（もとむらけんた）
学籍番号　055762F
提出日　2007/08/10

目 次

5.1 例 3.5、リスト 3.5

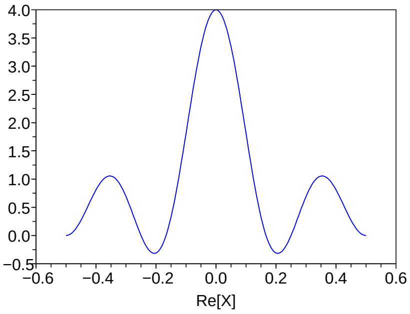
$x(nT) = u(nT) - u(nT - NT)$ なので、$N = 4,\ T = 1\mathrm{s}$ とすると例 3.2 より

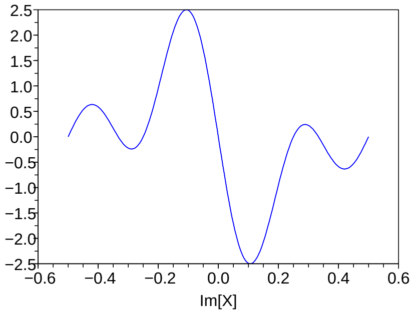
$$X(\omega) = \sum_{n=0}^{3} e^{-j3\omega n} = \frac{sin2\omega}{sin\frac{\omega}{2}} e^{-j\frac{3\omega}{2}}$$

よって

$$Re[X(\omega)] = \frac{sin2\omega}{sin\frac{\omega}{2}} cos\left(\frac{3\omega}{2}\right)$$
$$Im[X(\omega)] = \frac{sin2\omega}{sin\frac{\omega}{2}} sin\left(\frac{3\omega}{2}\right)$$

よってグラフは





5.2 表 3.3 の証明

5.2.1 (4) a 時間シフト

$F[x(nT)] = X(\omega)$ とする

$$F[x(nT - kT)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x((n-k)T)e^{-j\omega nT}$$

ここで (n-k)=x とおくと

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(x)e^{-j\omega(x+k)T}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(x)e^{-j\omega xT}e^{-j\omega kT}$$

$$= X(\omega)e^{-j\omega kT} \quad \blacksquare$$

5.2.2 (5) 周波数シフト

$F[x(nT)] = X(\omega)$ とする

$$F[x(nT)e^{j\omega_1 nT}] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega nT}e^{j\omega_1 nT}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j(\omega-\omega_1)nT}$$

$$= X(\omega - \omega_1) \quad \blacksquare$$

5.3　問題 3.6 (b)

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega nT}$$

であるから、

$$\begin{aligned} X(j\omega) &= e^0 + 2e^{-j\omega T} + 3e^{-j\omega 2T} + 2e^{-j\omega 3T} + 1e^{-j\omega 4T} \\ &= \left(\frac{\sin \dfrac{3\omega T}{2}}{\sin \dfrac{\omega T}{2}} \right)^2 e^{-j2\omega T} \qquad \blacksquare \end{aligned}$$

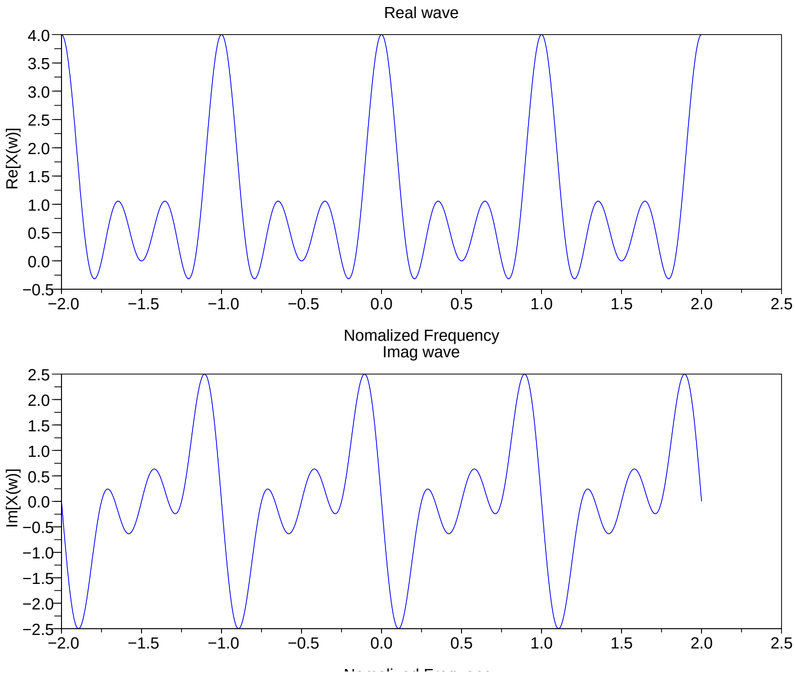
5.4　問題 3.6 (2)

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega nT}$$

であるから、

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [u(nT) - u(nT-20T)]sin(2\pi fnT)e^{-j\omega nT} \\ &= \sum_{n=0}^{20} sin(2\pi fnT)e^{-j\omega nT} \\ &= \frac{1}{2j}\left(\frac{1-e^{-j\omega_1 20T}}{1-e^{-j\omega_1 T}} - \frac{1-e^{-j\omega_2 20T}}{1-e^{-j\omega_2 T}} \right) \\ &= \frac{1}{2j}\left(\frac{sin10\omega_1 T}{sin\omega_1 \frac{T}{2}} e^{-j\frac{19}{2}\omega_1 T} - \frac{sin10\omega_2 T}{sin\omega_2 \frac{T}{2}} e^{-j\frac{19}{2}\omega_2 T} \right) \end{aligned}$$

5.5　問題 3.8



5.6　問題 3.9 (2)

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} Ev[x(nT)]e^{-j\omega nT} = Re[X(\omega)]$$

の証明。(ただし $Ev[x(nT)]$ は $x(nT)$ の偶関数成分) ($*$ は複素共役)

$$\begin{aligned}\sum_{n=-\infty}^{\infty} Ev[x(nT)]e^{-j\omega nT} &= \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega nT} + \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(-nT)e^{-j\omega nT} \\ &= \frac{1}{2}(X(j\omega) + X^*(j\omega)) \\ &= Re[X(j\omega)]\end{aligned}$$

よって成立　■

5.7　問題 3.9 (2)

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} Ev[x(nT)]e^{-j\omega nT} = Re[X(\omega)]$$

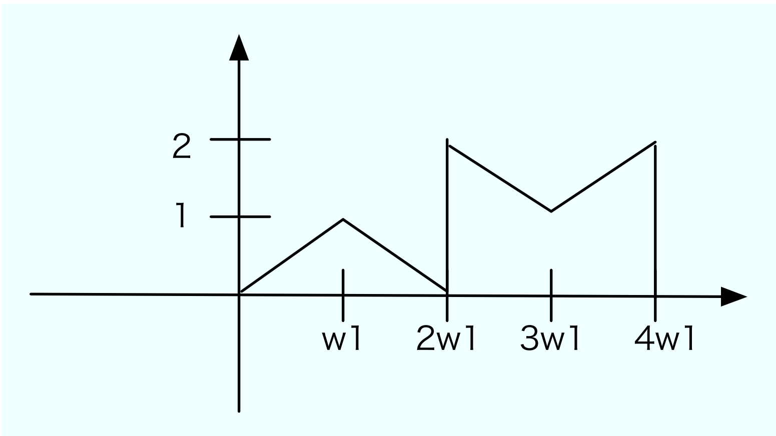
の証明。(ただし $Ev[x(nT)]$ は $x(nT)$ の偶関数成分) ($*$ は複素共役)

$$\begin{aligned}\sum_{n=-\infty}^{\infty} Ev[x(nT)]e^{-j\omega nT} &= \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega nT} + \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(-nT)e^{-j\omega nT} \\ &= \frac{1}{2}\left(X(j\omega) + X^*(j\omega)\right) \\ &= Re[X(j\omega)]\end{aligned}$$

よって成立　■

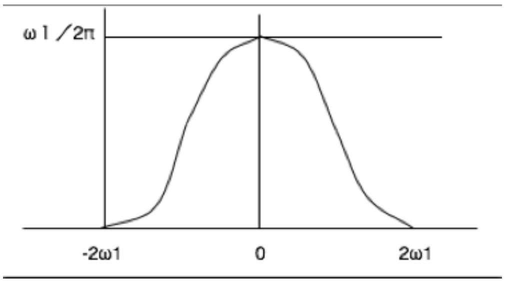
5.8　問題 3.10

$$X_6(j\omega) \quad = \quad X_1\{j(\omega-\omega_1)\}e^{-2j(\omega-\omega_1)T}2X\left\{j(\omega-3\omega_1)\right\}$$



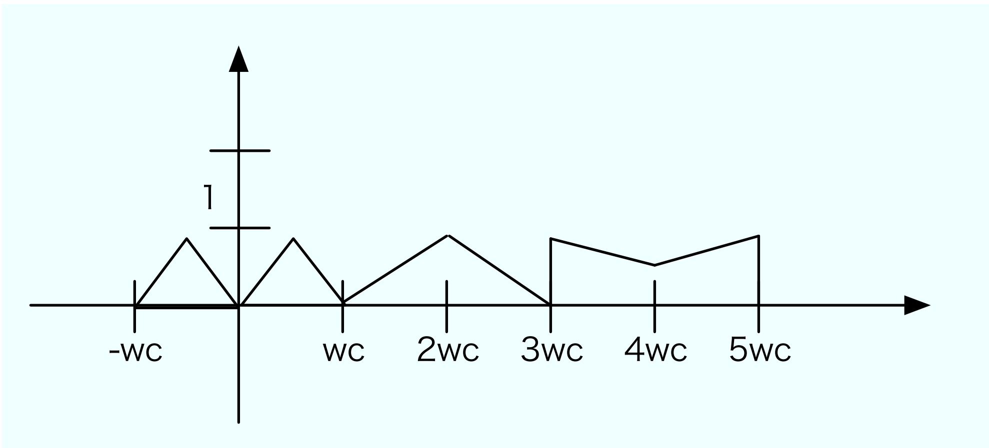
5.9　問題 3.11

$$X(j\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X_1(j\omega_0)X_2(j(\omega-\omega_0))d\omega_0$$

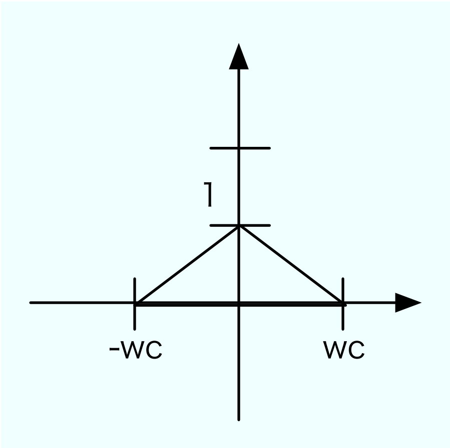


5.10　問題 3.13

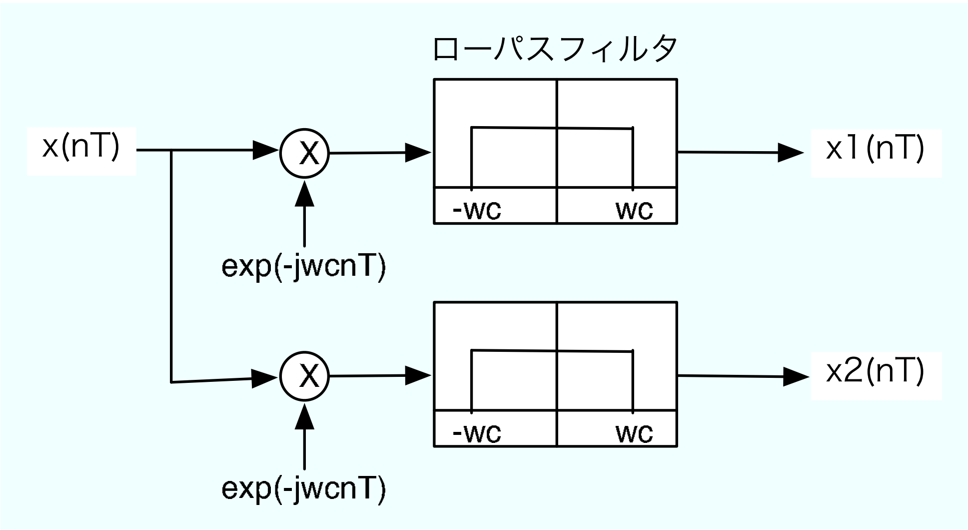
$$X(j\omega) = X_1\{j(\omega)\} + X_2\{j(\omega-2\omega_c)\} + X_3\{j(\omega-4\omega_c)\}$$



5.11 問題 3.14



5.12 問題 3.15



5.13　問題 3.16

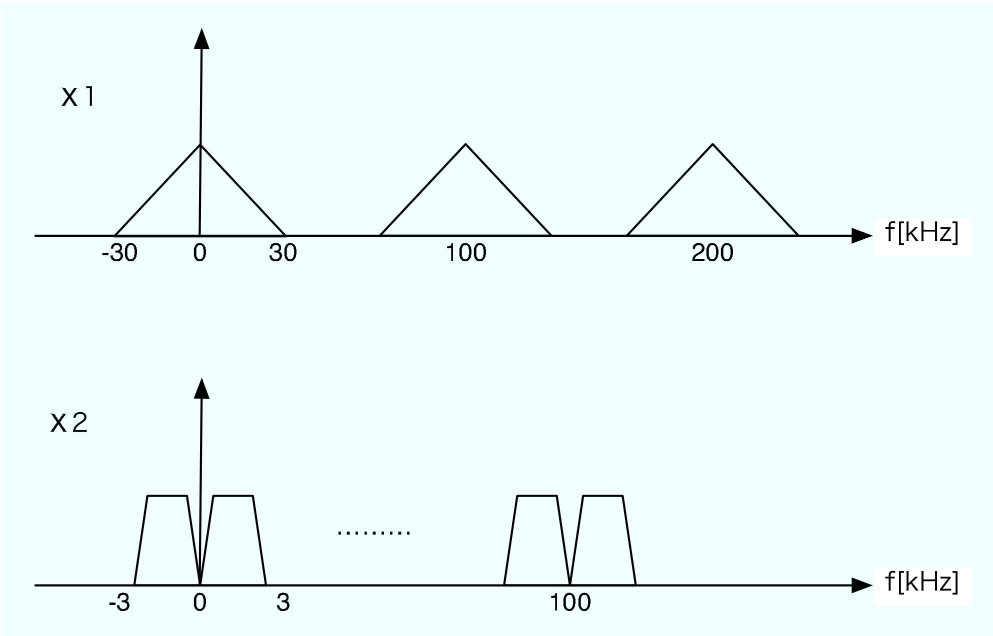
$$x_i(t) = cos(2\pi f_i t)$$

ここで

$$f_1 = 2kHz$$
$$f_2 = 14kHz$$
$$f_3 = 18kHz$$
$$f_4 = 30kHz$$
$$f_5 = 34kHz$$
$$f_6 = 46kHz$$
$$f_7 = 50kHz$$

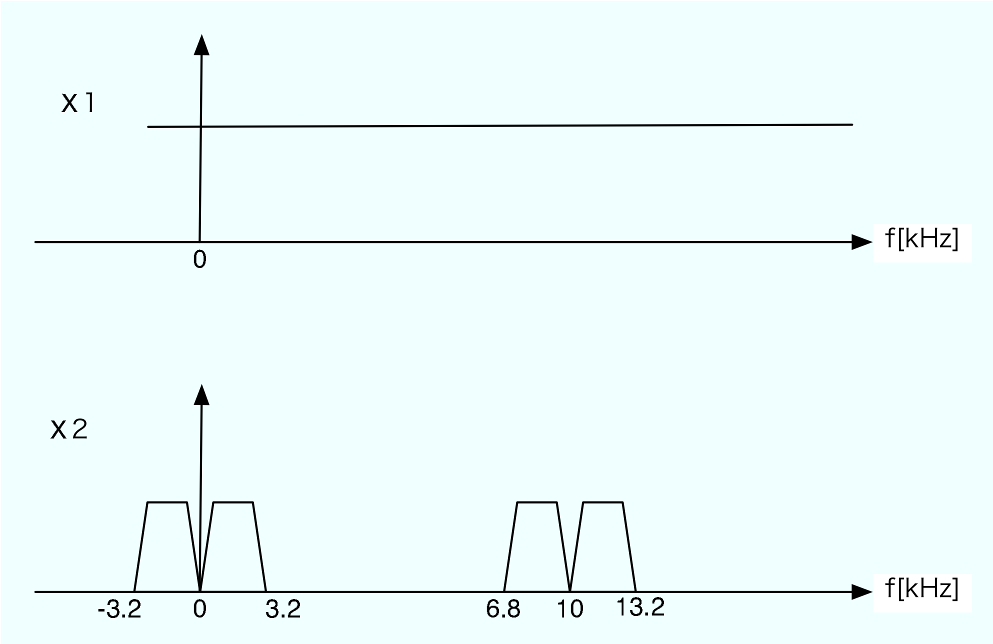
5.14　問題 3.17 (1)

$T = 0.01$ms のとき



5.15 問題 3.17 (2)

$T = 0.1\mathrm{ms}$ のとき



055762F 本村健太 ／ 2007.08.08(Wed) PM17:57
with LaTeX