Last Exam with Solution 2003/7/27
M.R. Asharif

$11 \times 10 = 110$
Then: $\frac{100}{110} \times$ (taken score)

Digital Signal Processing *(A- group)*
Undergraduate Course *Student's Name:*
Last-Term Examination *Sudent's No.*
2003.8.1 (Each problem 10%)

University of the Ryukyus
Faculty of Engineering
Dept. of Information Eng.
Prof. M.R. Asharif

1－ 次の図 1(a)のような回路がある。y(nT)のフーリエ変換 Y(w)の概略を示せ。ただし、x(nT),のスペクトルを図 1(b)に示す。

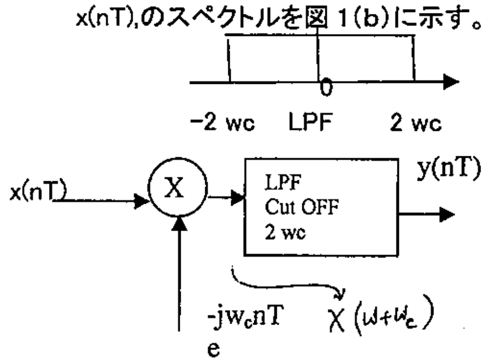


Fig.1a

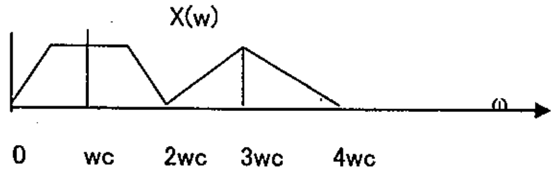
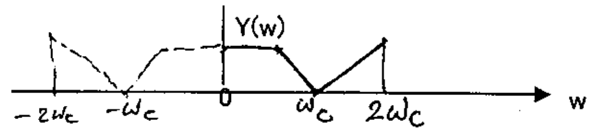


Fig.1b



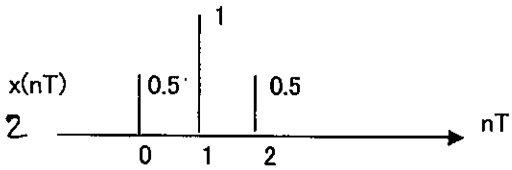
2－ 図に示す離散時間信号のフーリエ変換を求めよ、下記正しの回答 (A), (B), (C) 選んでよ。

$X(\omega) = \sum_{n=-\infty} x(nT)\, e^{-j\omega nT}$

$X(\omega) = 0.5 + e^{-j\omega T} + 0.5\, e^{-j2\omega T}$

$= 0.5\,(1 + e^{-j\omega T})^2$

$= 0.5\,\left[e^{-j\frac{\omega T}{2}}\left(e^{j\frac{\omega T}{2}} + e^{-j\frac{\omega T}{2}}\right)\right]^2$

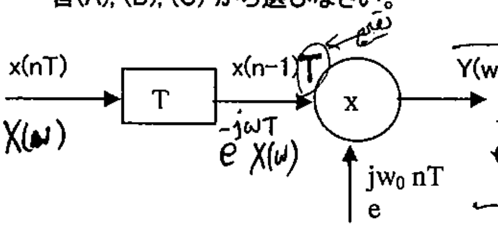


$X(\omega) = 0.5\, e^{-j\omega T}\left[2\cos\frac{\omega T}{2}\right]^2$

$X(\omega) = 2\, e^{-j\omega T} \cos^2\frac{\omega T}{2}$

A) $X(w)= 2e^{-jwT}\ [\cos(wT/2)]^2$
B) $X(w)= 2e^{-jwT/2} \cos(wT)$
C) $X(w)= 4e^{-jwT}\ [\cos(wT/2)]^2$
D) $X(w)= -4e^{-jwT/2}\ [\sin(wT/2)]^2$

3－ 図にx(nT)のフーリエ変換は X(w)である。図の出力のフーリエ変換 Y(w)を求めよ、下記の正し回答(A), (B), (C) から選びなさい。



$e^{-j(\omega-\omega_0)T}\, X(\omega-\omega_0)$

This can be proof is below:

$Y(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n-1)T\, e^{j\omega_0 nT}\, e^{-j\omega nT}$

$= \sum x(n-1)T\, e^{-j(\omega-\omega_0)nT}$

$Y(\omega) = \sum x(n-1)T\, e^{-j(\omega-\omega_0)(n-1)T} \cdot e^{-j(\omega-\omega_0)T}$

$\boxed{Y(\omega) = X(\omega-\omega_0)\, e^{-j(\omega-\omega_0)T}}$

A) $Y(w)= X(w-w_0)\, e^{-j(w-w_0)T}$

B) $Y(w)= X(w)\, e^{-j(w-w_0)T}$

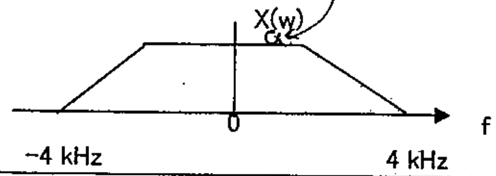
C) $Y(w)= X(w-w_0)\, e^{-j(wT)}$

D) $Y(w)= X(w+w_0)\, e^{-j(w-w_0)T}$

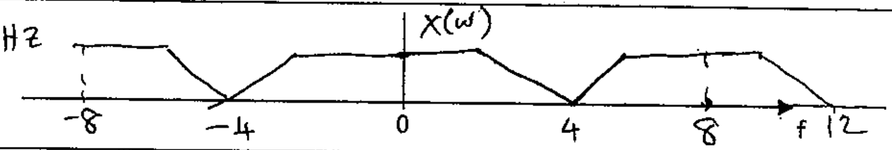
4ー図の振幅スペクトルを持つ連続時間 x(t)を T=~~0.05~~ msec のサンプリング周期でサンプリング

0.125 ← mis

した。離散時間の振幅スペクトルの概略を示せ。



$fs = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.125} = 8\ KHz$



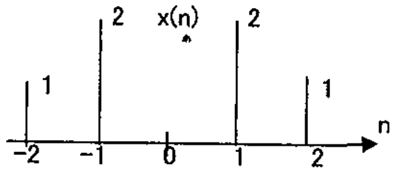
5- つぎの有限信号 x(n)の DFT、X(k)を下記の形求めよ。(N=5)

もし離散時間信号 x(n)は周期性を持つ(長さ N=5)実数信号とそのDFTは X(k)あれば、x1(n)=x(n-2)のDFTは X1(k)を求めよ。

$$X(K) = \sum_{n=-2}^{2} x(n)\, e^{-j2\pi nK/N}$$

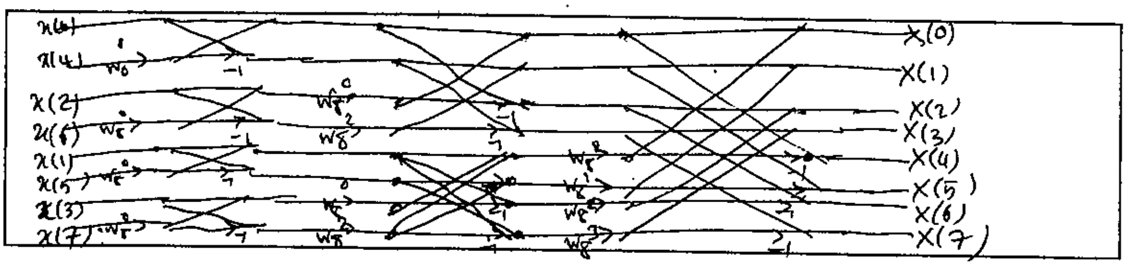
$$X(K) = e^{j4\pi K/5} + 2e^{j2\pi K/5} + 2e^{-j2\pi K/5} + e^{-j4\pi K/5}$$

$$X(K) = 2\cos\frac{4\pi K}{5} + 4\cos\frac{2\pi K}{5}$$



X(k) = $2\cos\frac{4\pi K}{5} + 4\cos\frac{2\pi K}{5}$ X1(k) = $e^{-j4\pi K/5}\, X(K)$

6・ 8点 FFT のシグナルフロー図を描け。ただし、入力信吾のビット逆順の方法を使える。



7・ N=64、256、1024として、DFT と FFT の乗算回数を比較せよ。

N	DFT(N^2)	FFT($\frac{N}{2}\log_2 N$)
64	4096	192
256	65,536	1024
1024	1,048,576	5120

8・ 次に示す x(nT) 離散時間信号を Z 変換せよ。

$$x(nT) = (0.5^n + n)\,u(nT)$$

X(z)= $\frac{1}{1-0.5z^{-1}} + \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$

9-(a) と(b)回路の伝達関数(H1(z), H2(z))を求め、等である事を証明せよ。

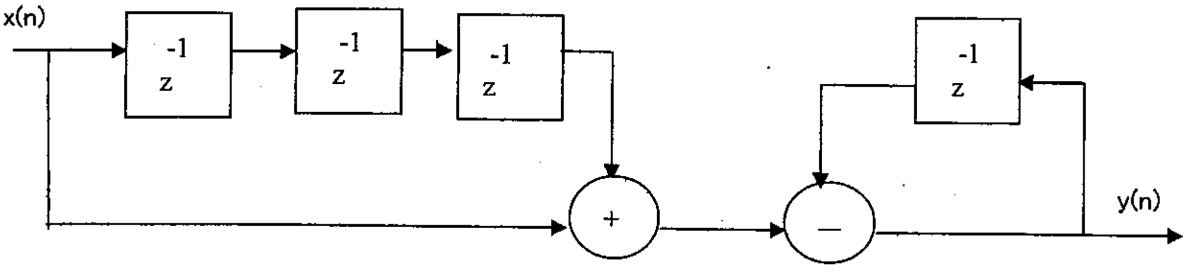


Fig. (a) : H1(z)

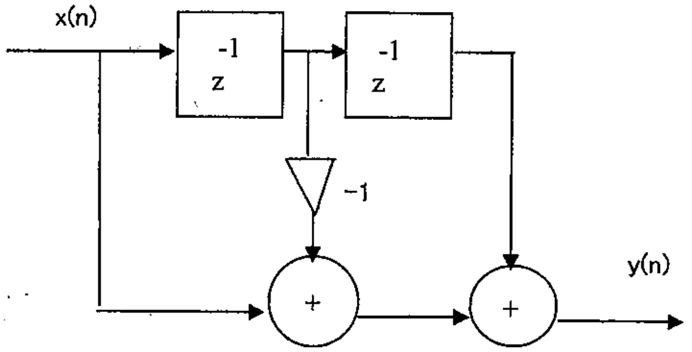


Fig. (b) : H2(z)

H1(z)= $1-z^{-1}+z^{-2}$

H2(z)= $1-z^{-1}+z^{-2}$

(a) $Y(z)=X(z)+z^{-3}X(z)-z^{-1}Y(z)$

$Y(z)=\frac{1+z^{-3}}{1+z^{-1}}X(z) \Rightarrow H_1(z)=1-z^{-1}+z^{-2}$

(b) $Y(z)=X(z)-z^{-1}X(z)+z^{-2}X(z)$

$H_2(z)=1-z^{-1}+z^{-2}$

10- 次式を逆 Z 変換せよ。H(z) = $\frac{1-z^{-4}}{1-z^{-1}}$

そして安定性を判定せよ。 $H(z)=1+z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}$

h(n)= $\delta(nT)+\delta(nT-T)+\delta(nT-2T)+\delta(nT-3T)$ 安定である 安定ではない

11・ 次の差分方程式は、ある離散時間線形時不変システム(IIR デイジタルフィルター)の入出力関係を表している。 y(nT)=x(nT)+0.5y(nT−T) → $Y(z)=X(z)+0.5z^{-1}Y(z)$

1- デイジタルフィルターの伝達関数 H(z)を求めよ。 $H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1}{1-0.5z^{-1}} \rightarrow z_p=0.5$ Stable

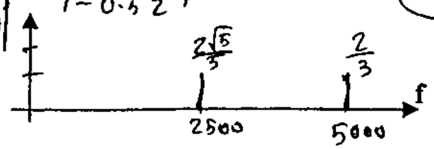
2- このIIR デイジタルフィルターは安定性を調べよ。

3-周波数特性を求め、T=0. 1ms の時に、周波数特性を f=0〜5000 Hz までプロットせよ。

3- もし入力信号 x(nT) = δ(nT)−0.5δ(nT−T) とすると、出力信号 y(nT)を求めよ。 → $Y(z)=\frac{1-0.5z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}=1$

H(z)= $\frac{1}{1-0.5z^{-1}}$ 安定である 安定ではない

$|H(e^{j\omega T})|$



y(nT)= $\delta(nT)$

$$H(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}} = H(e^{j\omega T}) = \frac{1}{1-0.5e^{-j\omega T}} = \frac{1}{1-0.5\cos(\omega T)+j0.5\sin(\omega T)}$$

$$|H(e^{j\omega T})|^2 = \frac{1}{1.25-\cos\omega T}$$

T=0.1 msec.

ω=0 → $|H()|^2 = \frac{1}{0.25} \rightarrow |H|=2$

ω=1000 → $\cos 2\pi\times1000\times0.1\times10^{-3} = \cos\frac{\pi}{5}$

ω=2500 → $\cos(2\pi\times2500\times0.1\times10^{-3}) = \cos\frac{\pi}{2}=0$

ω=5000 → $\cos(2\pi\times5000\times0.1\times10^{-3}) = \cos\pi = -1$