Original with solution

Digital Signal Processing
Undergraduate Course
Last-Term Examination
2004.7.30

Student's Name:
Sudent's No.
(Each problem scored equally)

University of the Ryukyus
Faculty of Engineering
Dept. of Information Eng.
Prof. M.R. Asharif

1－ 次の図 1(a)のような回路がある。y1(nT)w のフーリエ変換 Y1(w)の概略を示せ。ただし、
x(nT),のスペクトルを図 1(b)に示す。Y2(w) を求めよ。

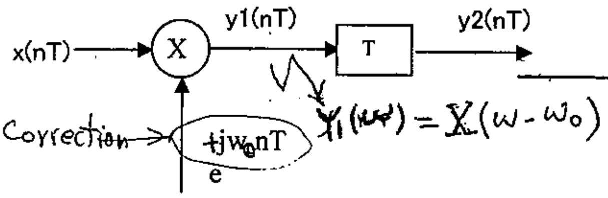


Fig.1a

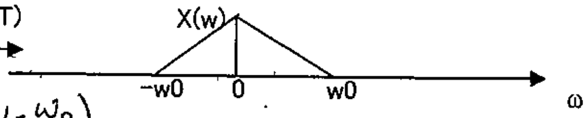
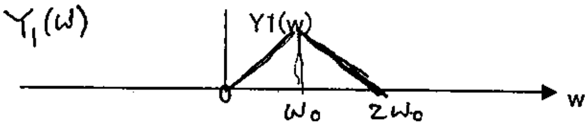


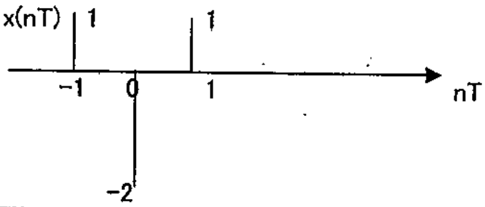
Fig.1b

$Y2(w) = e^{-jwT}\, Y_1(w)$



2－ 図に示す離散時間信号のフーリエ変換を求めよ、下記正しの回答 (A), (B), (C) (D)選んでよ。

$$X(w) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT)\, e^{-jwTn}$$
$$= e^{jwT} - 2 + e^{-jwT} = \left(e^{j\frac{wT}{2}} - e^{-j\frac{wT}{2}}\right)^2$$
$$X(w) = \left(2j \sin\frac{wT}{2}\right)^2 = -4\sin^2\frac{wT}{2}$$

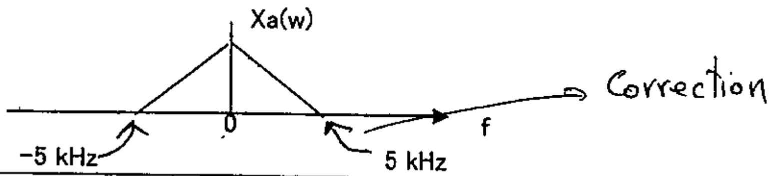


A) $X(w)= 2e^{-jwT}\ [\mathrm{Cos}(wT/2)]^2$
B) $X(w)= 2\ \ [\mathrm{Cos}(wT)]^2$
C) $X(w)= -4\ \ [\mathrm{Sin}\ (wT/2)]^2$
D) $X(w)= -4e^{-jwT/2}\ [\mathrm{Sin}\ (wT/2)]^2$

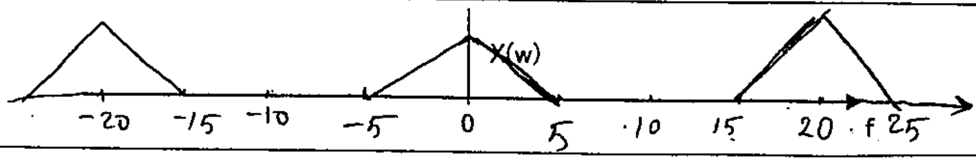
3－図の振幅スペクトルを持つ連続時間 x(t)を T=0.05 msec のサンプリング周期でサンプリング

した。離散時間の振幅スペクトルの概略を示せ。

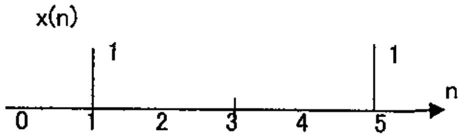
$$f_s = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.05} = 20\ \mathrm{KHZ}$$



fs= 20KHZ



4− つぎの有限信号 x(n)の DFT、X(k)を下記の形求めよ。(N=6)
もし離散時間信号 x(n)は周期性を持つ(長さ N=6)実数信号とそのDFTは X(k)あれば、x1(n)=x(n-2)のDFTは X1(k)を求めよ。



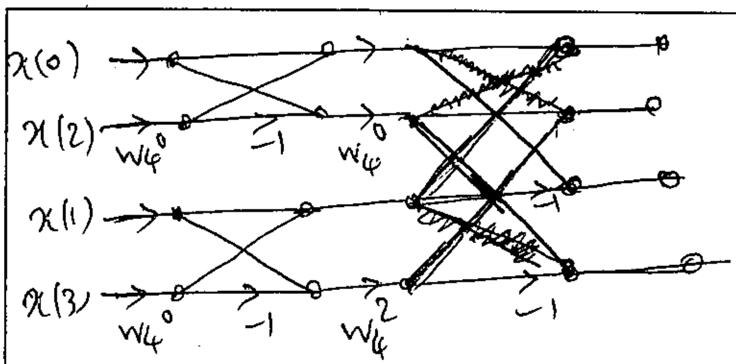
$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} = e^{-j\frac{2\pi k}{6}} + e^{-j\frac{2\pi 5k}{6}}$$

$$X(k) = e^{-j\frac{2\pi k}{6}} + e^{-j(2\pi k - \frac{2\pi k}{6})}$$

$$X(k) = e^{-j\frac{2\pi k}{6}} + e^{j\frac{2\pi k}{6}} = 2\cos\frac{\pi k}{3}$$

X(k) = $2\cos\frac{\pi k}{3}$	X1(k) = $e^{-j\frac{4\pi k}{6}} X(k)$

5− 4点 FFT のシグナルフロー図を描け。ただし、入力信吾のビット逆順の方法を使える。



6− N=256点として、DFT と FFT の乗算回数を比較して、bitreversal 入力で32所で、どの入力サンプルを入れるでしょうか。

$$\frac{\text{FFT}}{\text{DFT}} = \frac{\frac{N}{2}\log_2 N}{N^2} = \frac{1024}{65,536} = \frac{2^{10}}{2^{16}} = \frac{1}{64}$$

32 = 00,100,000　　x (4)

bitreversal = 100 = 4

7− 次に示す x(nT) 離散時間信吾を Z 変換せよ。

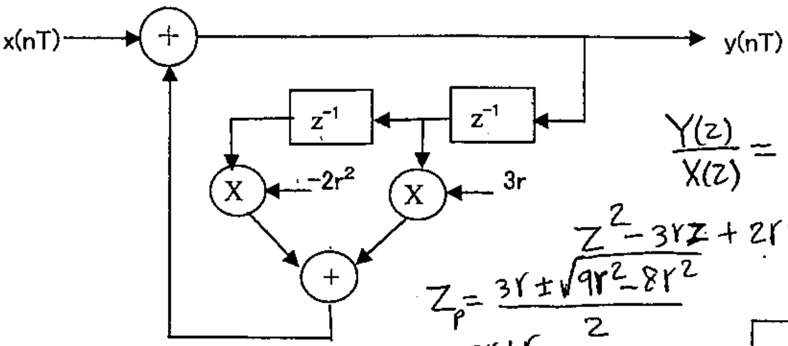
$$X(z) = z^{-1} + \frac{1}{1-z^{-1}} + \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$$

$$x(n) = \delta(nT-T) + u(nT) + n.u(nT)$$

X(z)= $\frac{1+z^{-1}-2z^{-2}+z^{-3}}{(1-z^{-1})^2}$

$$X(z) = \frac{z^{-1}(1-2z^{-1}+z^{-2})+1-\cancel{z^{-1}}+\cancel{z^{-1}}}{(1-z^{-1})^2}$$

8− 以下の図に示した、2次 IIR ディジタルフィルタです。システムが安定となるためのrに関する必要十分条件を示せ。



$$y(n) = x(n) + 3r\,y(n-1) - 2r^2 y(n-2)$$

$$Y(z) = X(z) + 3r z^{-1} Y(z) - 2r^2 z^{-2} Y(z$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1-3rz^{-1}+2r^2z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2-3rz+2r^2}$$

$$z^2 - 3rz + 2r^2 = 0$$

$$Z_p = \frac{3r \pm \sqrt{9r^2-8r^2}}{2}$$

$$Z_p = \frac{3r \pm r}{2} = \begin{cases} 2r \\ r \end{cases}$$

$$\boxed{-\frac{1}{2} < r < \frac{1}{2}}$$

安定: $|Z_p| < 1$

$|2r| < 1 \quad -\frac{1}{2} < r < \frac{1}{2}$

9- 次式を逆 Z 変換せよ。$X(z) = \dfrac{z^{-2}}{(1-z^{-1})^2}$

$$n\,u(nT) \longrightarrow \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$$

$$x(nT-T) \longrightarrow z^{-1} X(z)$$

$$n \cdot u(nT-T) \longleftarrow \frac{z^{-1} \cdot z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$$

$$\boxed{x(n) = n \cdot u(nT-T)\ .}$$

10− 次の差分方程式は、ある離散時間線形時不変システム(IIR デイジタルフィルター)の入出力関係を表している。　$y(nT)=x(nT)+0.5y(nT-T)$

Z 変換を利用して、デイジタルフィルターのインパルス応答h(n)を求めよ。

$$Y(z) = X(z) + 0.5 z^{-1} Y(z)$$

$$H(z) = \frac{1}{1-0.5z^{-1}}$$

$$\boxed{h(n) = 0.5^{n} u(n)}$$

$$a^n \longrightarrow \frac{1}{1-az^{-1}}$$

$$h(n) = 0.5^{n} u(n)$$