Orriginal
My Solution
M.R. Asharif 2005/8/5

Digital Signal Processing
Undergraduate Course **Student's Name:**
Last-Term Examination **Sudent's No.**
2005.8.5 **(Each problem scored equally)**

University of the Ryukyus
Faculty of Engineering
Dept. of Information Eng.
Prof. M.R. Asharif

1－ 次の図 1(a)のような回路がある。y1(nT)と y2(nT)のフーリエ変換 Y1(w)と Y2(w)の概略を示せ。ただし、x(nT)とh(nT)のスペクトルを図 1(b)に示す。f0=2 kHz, Y2(w) を求めよ。

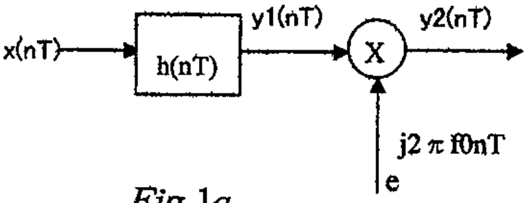


Fig.1a

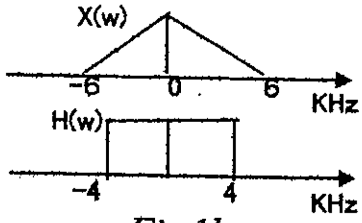
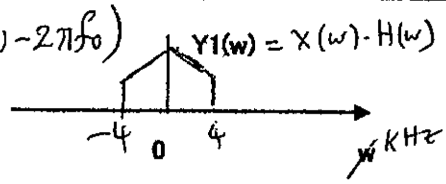
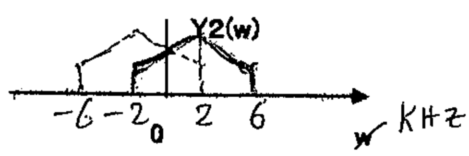


Fig.1b

Y2(w) = $Y_1(\omega - 2\pi f_0)$





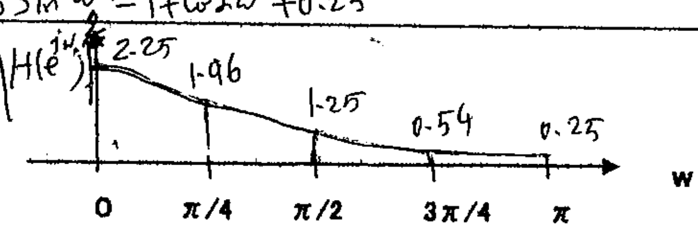
2－ 下記の離散時間システムのフーリエ変換の振幅 | H(e^{-jw}) | ^{2}を求めて、概略を示せ。 (T=1)

$h(n)=\delta(n)+0.5\delta(n-1)$

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{1} h(n)\, e^{-j\omega n} = 1 + 0.5e^{-j\omega} = (1+0.5\cos\omega) - j\,0.5\sin\omega$$

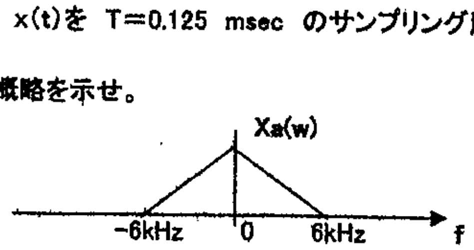
$$|H(e^{j\omega})|^2 = (1+0.5\cos\omega)^2 + 0.25\sin^2\omega = 1+\cos\omega + 0.25$$

$|H(e^{-jw})|^2$ = $1.25 + \cos\omega$

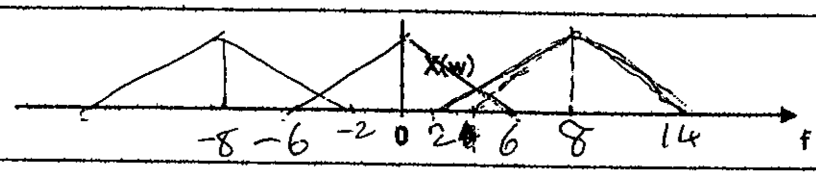


3－図の振幅スペクトルを持つ連続時間 x(t)を T=0.125 msec のサンプリング周期でサンプリングした。離散時間の振幅スペクトルの概略を示せ。

$$f_s = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.125} = 8\ \text{KHz}$$



fs= 8 KHz

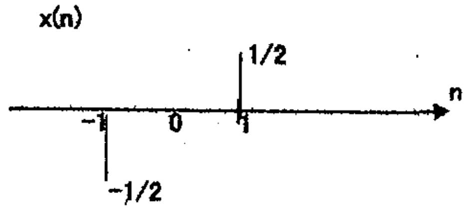


$$\sin\alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}$$

4– つぎの有限信号 x(n)の DFT、X(k)を下記の形求めよ。(N=3)
もし離散時間信号 x(n)は周期性を持つ(長さ N=3)実数信号とそのDFTは X(k)あれば、x1(n)=x(n-1)のDFTは X1(k)を求めよ。

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\, e^{-j\frac{2\pi n k}{N}}, \quad N=3$$

$$X(k) = -\frac{1}{2} e^{+j\frac{2\pi k}{3}} + \frac{1}{2} e^{-j\frac{2\pi k}{3}} = -j\sin\frac{2\pi k}{3}$$



X(k) = $-j\sin\left(\frac{2\pi k}{3}\right)$	X1(k) = $e^{-j\frac{2\pi k}{3}} \cdot X(k) = -j\, e^{-j\frac{2\pi k}{3}} \sin\left(\frac{2\pi k}{3}\right)$

5– 8 点 FFT のシグナルフロー図を描け。ただし、入力信号の自然順の方法を使える。

6– N=128 点として、DFT と FFT の乗算回数を比較して、bitreversal 入力で 16 所で、どの入力サンプルを入れるでしょうか。

$$\frac{\text{FFT}}{\text{DFT}} = \frac{\frac{N}{2}\log_2 N}{N^2} = \frac{64 \times 7}{128 \times 128} = \frac{7}{256} \quad \text{x} \; (4)$$

$$\underbrace{16 = 0{,}010{,}000}_{N=7} \xrightarrow{\text{bitreversal}} 000{,}0{,}100 = 4$$

7- 以下の図に示した 2次 IIR ディジタルフィルタです。システムが安定となるための r(実数) に関する必要十分条件を示せ。

$$y(n) = x(n) + 2r\, y(n-1) + r^2\, y(n-2)$$

(−) (−)

$$Y(z) = X(z) + 2r z^{-1} Y(z) + r^2 z^{-2} Y(z)$$

$$\boxed{-1 < r < 1}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - 2r z^{-1} + r^2 z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2 - 2rz + r^2}$$

$$z_p^2 - 2r z_p + r^2 = 0$$

$$(z_p - r)^2 = 0 \Rightarrow z_p = r \rightarrow \text{for stability} \Rightarrow |z_p| < 1$$

$$-1 < r < 1$$

8- 次式を逆 Z 変換せよ。$X(z) = \dfrac{1 - 3z^{-1} + 0.5z^{-2}}{(1 - z^{-1})^2 (1 + 0.5z^{-1})}$

$$A_1 = \frac{d}{dz^{-1}}\left[(1 - z^{-1})^2 \cdot X(z)\right|_{z^{-1}=1}$$

$$A_1 = 1$$

$$A_2 = (1 - z^{-1})^2 \cdot X(z)\Big|_{z^{-1}=1} = -1$$

$$A_3 = (1 + 0.5z^{-1}) X(z)\Big|_{z^{-1}=-2} = 1$$

$$X(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{1}{(1 - z^{-1})^2} + \frac{1}{1 + 0.5z^{-1}} = \frac{-z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} + \frac{1}{1 + 0.5z^{-1}}$$

$$\boxed{x(n) = -n\, u(nT) + (-0.5)^n u(nT)}$$

9- 次の差分方程式は、ある離散時間線形時不変システム(IIR デイジタルフィルター)の入出力関係を表している。 $y(n) = x(n-1) + 0.25y(n-2)$

Z 変換を利用して、デイジタルフィルターのインパルス応答h(n)を求めよ。

$$Y(z) = z^{-1} X(z) + 0.25 z^{-2} Y(z)$$

$$\boxed{h(n) = \left[0.5^n - (-0.5)^n\right] u(nT)}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1 - 0.25 z^{-2}} = \frac{A_1}{1 - 0.5z^{-1}} + \frac{A_2}{1 + 0.5z^{-1}} = \frac{z^{-1}}{(1 - 0.5z^{-1})(1 + 0.5z^{-1})}$$

$$A_1 = (1 - 0.5z^{-1}) \cdot H(z)\Big|_{z^{-1}=2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$A_2 = (1 + 0.5z^{-1}) \cdot H(z)\Big|_{z^{-1}=-2} = \frac{-2}{1+1} = -1$$

$$H(z) = \frac{1}{1 - 0.5z^{-1}} - \frac{1}{1 + 0.5z^{-1}} \Rightarrow h(n) = \left[0.5^n - (-0.5)^n\right] u(nT)$$