Original My Solution
M.R.Asharif 2008/8/7

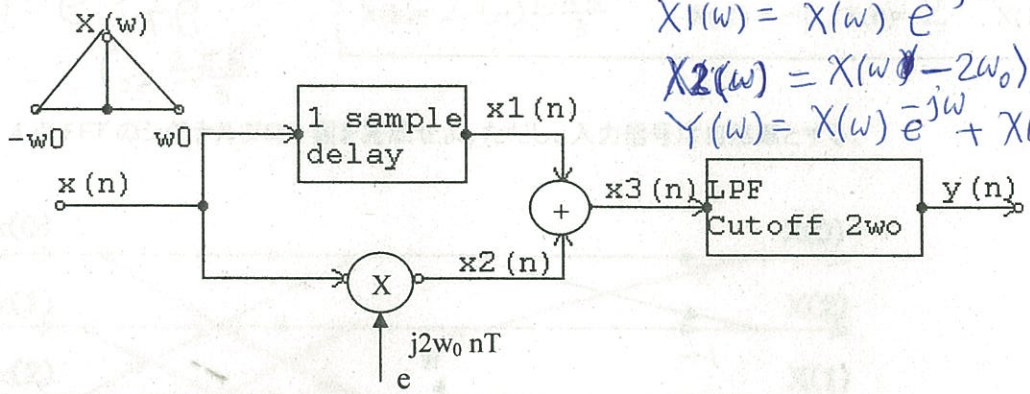
Digital Signal Processing
Undergraduate Course **Student's Name:**
Last-Term Examination **Sudent's No.**
2008.8.8 **(Each problem scored equally)**

University of the Ryukyus
Faculty of Engineering
Dept. of Information Eng.
Prof. M.R. Asharif

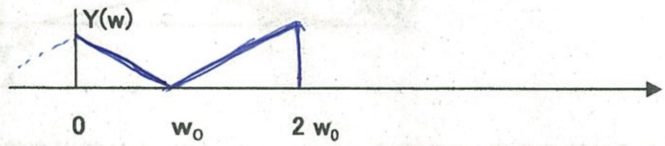
~~~~~~

1–次の図のような回路がある。x(nT), のフーリエ変換 X(w), が、図示されている。出力 y(nT)のフーリエ変換 Y(w)を求めよ。また、概略を示せ。ただし、T=1 とする。

$$x1(n) = x(n-1)$$
$$X1(w) = X(w)e^{-jw}$$
$$X2(w) = X(w-2w_0)$$
$$Y(w) = X(w)e^{-jw} + X(w-2w_0)$$

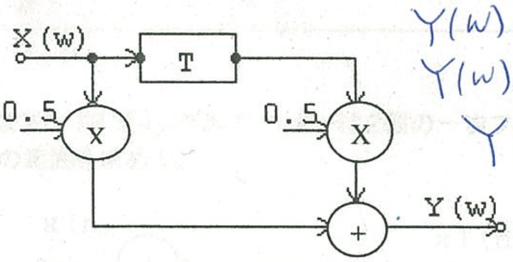


Y(w) = $X(w)e^{-jw} + X(w-2w_0)$



2– 次の図で FIR-Digital Filter の入力の周波数領域が X(w)とすると、出力の周波数領域 Y(w)を求めよ。

$$y(nT) = 0.5x(nT) + 0.5x(nT-T)$$
$$Y(w) = 0.5X(w) + 0.5X(w)e^{-jwT}$$
$$Y(w) = 0.5X(w)[1+e^{-jwT}] = 0.5X(w)e^{-jwT/2}(e^{jwT/2}+e^{-jwT/2})$$
$$Y(w) = X(w)e^{-jwT/2}\cos(wT/2)$$



Y(w)= $e^{-jwT/2}\cos(wT/2)$ X(w)

3–離散時間システムのフーリエ変換 H(w)は下記のようになる。時間領域 h(n)を求めよ。T=1 とする。

H(w) = 2 cos(w)

$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(w)e^{jwn}dw = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} 2\cos w\, e^{jwn}dw$$

$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(e^{jw}+e^{-jw})e^{jwn}dw = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{jw(n+1)}dw + \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{jw(n-1)}dw$$

$$h(n) = \delta(n+1) + \delta(n-1)$$

h(n)= $\delta(n+1) + \delta(n-1)$
~~~~~~

4− つぎの有限信号 x(n)の DFT, X(k), を求めよ。但し N=3 、T=1 とする。

$$X(k)=\sum_{n=-1}^{1} x(n)\, e^{-\frac{j2\pi nk}{N}}$$

x(n)={ 1, 0, 1 }
↑
n=0

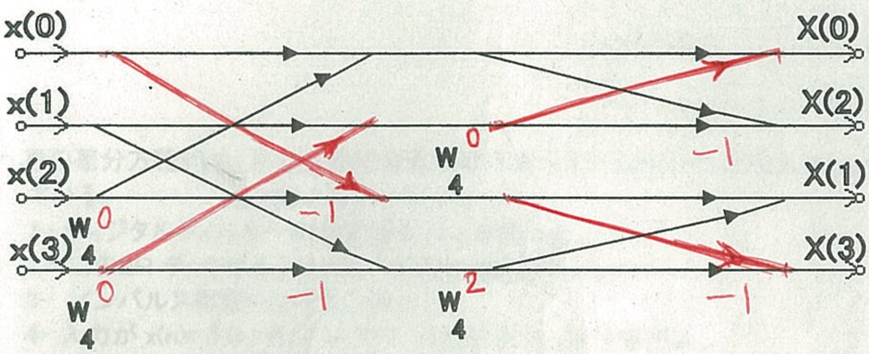
$$X(-1)=2\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)=-1$$
$$X(0)=2$$
$$X(1)=2\cos\frac{2\pi}{3}=-1$$

$N=3$

$$X(k)=e^{\frac{j2\pi k}{3}}+e^{-\frac{j2\pi k}{3}}$$
$$X(k)=2\cos\frac{2\pi k}{3}$$

$X(k)=2\cdot\cos\cdot\frac{2\pi k}{3}$	$X(-1)=-1$	, $X(0)=2$	, $X(1)=-1$

5− 4 点 FFT のシグナルフロー図を完成せよ。ただし、入力信号は自然順とする。

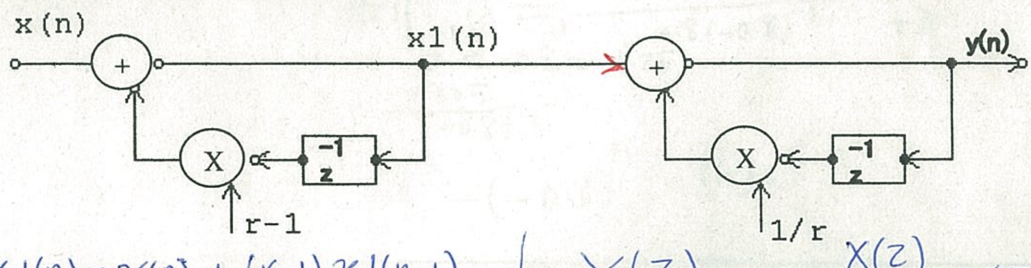


6− N=128 点として、DFT と FFT の乗算回数を比較せよ。また、bit reversal 入力で 54 番目にどの入力サンプルが入るか。(Hint: 54=00110110)

※ 54 = 00110110 ⇒ 108 = 01101100

$$\frac{\text{FFT}}{\text{DFT}}=\frac{\frac{N}{2}\log_2 N}{N^2}=\frac{64\times 7}{128\times 128}=\frac{7}{256}=0.027 \quad x\,(108)$$

7− 以下の IIR ディジタルフィルターは2個の一次フィルタで構成されている。フィルタの安定性のために、"r" の範囲を求めよ。



$$\begin{cases} x1(n)=x(n)+(r-1)\,x1(n-1) \\ y(n)=x1(n)+\frac{1}{r}\,y(n-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X1(z)=X(z)+(r-1)z^{-1}X1(z) \\ Y(z)=X1(z)+\frac{1}{r}z^{-1}Y(z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X1(z)=\dfrac{X(z)}{1-(r-1)z^{-1}} \\ Y(z)=\dfrac{X1(z)}{1-\frac{1}{r}z^{-1}} \end{cases}$$

$$Y(z)=\frac{X(z)}{1-(r-1)z^{-1}}\times\frac{1}{1-\frac{1}{r}z^{-1}}$$

$z_{p_1}=r-1$, $z_{p_2}=r^{-1}$

$$\boxed{\cdot\cdot\ 1<r<2\ \cdot}$$

$|z_{p_1}|<1$

$|r-1|<1$

$r<2$

$|z_{p_2}|<1$

$\left|\frac{1}{r}\right|<1$

$|r|>1$

8- 次のＺ変換せよ。$x(n) = n\,(0.5)^n u(n)$

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n) z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} n\,(0.5)^n z^{-n} = z^{-1}\frac{d}{dz^{-1}}\left(\sum_{n=0}^{\infty} 0.5^n z^{-n}\right)$$

$$X(z) = z^{-1}\frac{d}{dz^{-1}}\left(\frac{1}{1-0.5z^{-1}}\right) = \frac{0.5z^{-1}}{(1-0.5z^{-1})^2}$$

$$\boxed{X(z) = \frac{0.5z^{-1}}{(1-0.5z^{-1})^2}}$$

9- 次の差分方程式は、ある離散時間線形時不変システム(IIR デイジタルフィルター)の入出力関係を表している。　$y(n)=x(n-1) + 0.64\,y(n-2)$

1- ディジタルフィルターの伝達関数 H(z)を求めよ。
2- このIIR ディジタルフィルターの安定性を調べよ。
3- インパルス応答h(n)をもとめよ。
4- 入力が $x(n)=\delta(n)-0.64\,\delta(n-2)$ の時に出力 y(n)を求めよ。

$$y(n) = x(n-1) + 0.64y(n-2)$$

$$Y(z) = z^{-1}X(z) + 0.64z^{-2}Y(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1-0.64z^{-2}} = \frac{A_1}{1-0.8z^{-1}} + \frac{A_2}{1+0.8z^{-1}} = \frac{z^{-1}}{(1-0.8z^{-1})(1+0.8z^{-1})}$$

$$A_1 = (1-0.8z^{-1})H(z)\Big|_{z^{-1}=0.8^{-1}=1.25} = \frac{1.25}{1+0.8(0.8)^{-1}} = \frac{1.25}{2} = 0.625$$

$$A_2 = (1+0.8z^{-1})H(z)\Big|_{z^{-1}=-0.8^{-1}=-1.25} = \frac{-1.25}{1-0.8(-0.8)^{-1}} = \frac{-1.25}{+2} = -0.625$$

$$H(z) = \frac{0.625}{1-0.8z^{-1}} - \frac{0.625}{1+0.8z^{-1}}$$

$$h(n) = 0.625\left[0.8^n - (-0.8)^n\right]u(n)$$

1- H(z)= $\frac{z^{-1}}{1-0.64z^{-2}}$　　$z_p = \pm 0.8$ stable

2- 安定である　　　　安定ではない

3- h(n)= $0.625\left[0.8^n - (-0.8)^n\right]u(n)$

4- y(n)= $\delta(n-1)$

$$x(n) = \delta(n) - 0.64\delta(n-2)$$

$$X(z) = 1 - 0.64z^{-2}$$

$$Y(z) = H(z)\cdot X(z) = \frac{z^{-1}}{\cancel{1-0.64z^{-2}}}\cancel{(1-0.64z^{-2})} = z^{-1}$$

$$y(n) = \delta(n-1)$$