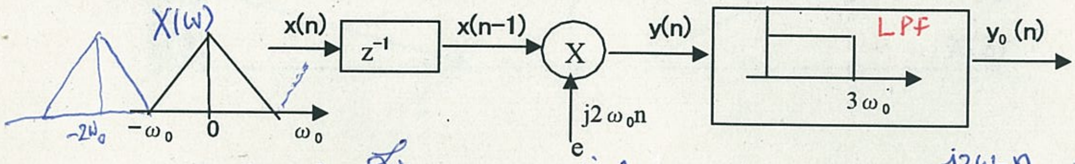
original with my solution. 2009/7/31

Digital Signal Processing
Undergraduate Course **Student's Name:**
Last-Term Examination **Sudent's No.**
2009.8.7 ***(Each problem scored equally)***

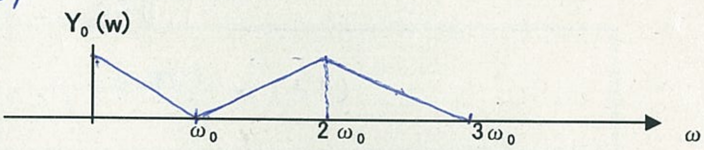
University of the Ryukyus
Faculty of Engineering
Dept. of Information Eng.
Prof. M.R. Asharif

1–次の図のような回路がある。x(nT), のフーリエ変換 X(w), が、図示されている。出力 y(nT)のフーリエ変換 Y(w)を求めよ。また、概略を示せ。ただし、T=1 とする。$(\omega_s = 2\omega_0)$ ← correction

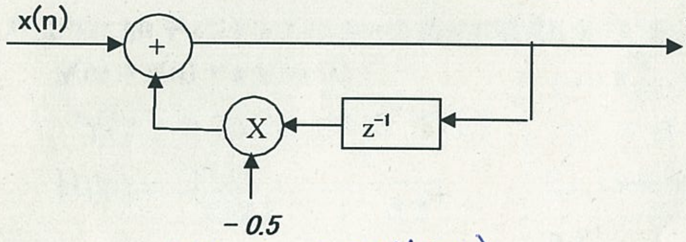


$$x(n-1) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(w)e^{-jw}, \quad y(n) = x(n-1)e^{j2w_0 n}, \quad Y(w) = X(w-2w_0)e^{-j(w-2w_0)}$$

$Y(w) = X(w-2w_0)e^{-j(w-2w_0)}$



2– 次の図でＩＩR-Digital Filter の入力の周波数領域が X(w)とすると、出力の周波数領域 Y(w)を求めよ。



$$Y(w) = \frac{1}{1+0.5e^{-jw}}X(w)$$

$$y(n) = x(n) - 0.5y(n-1)$$
$$Y(w) = X(w) - 0.5Y(w)e^{-jw}$$

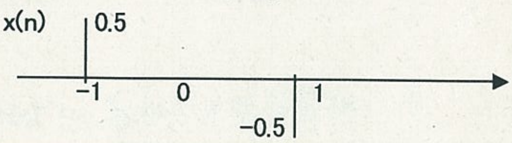
$Y(w) = \frac{1}{1+0.5e^{-jw}}X(w)$

3–離散時間システムのフーリエ変換 H(w)は下記のようになる。時間領域 h(n)を求めよ。T=1 とする。
$H(w) = 2j\sin(w)$

$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(w)e^{jwn}\,dw$$
$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} 2j\sin nw\, e^{jwn}\,dw$$
$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(e^{jw}-e^{-jw})e^{jwn}\,dw = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{jw(n+1)}\,dw - \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{jw(n-1)}\,dw = \delta(n+1)-\delta(n-1)$$

h(n)= $\delta(n+1) - \delta(n-1)$

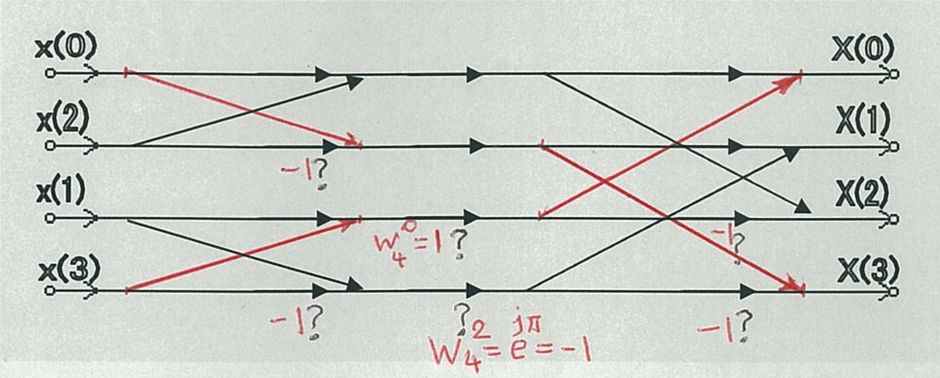
4–つぎの有限信号 x(n)の DFT, X(k), を求めよ。但し N=3 、T=1 とする。



$$X(k) = \sum_n x(n)e^{-j\frac{2\pi nk}{N}}$$
$$X(k) = \sum_{n=-1}^{1} x(n)e^{-j\frac{2\pi nk}{3}}$$
$$X(k) = 0.5e^{j\frac{2\pi k}{3}} - 0.5e^{-j\frac{2\pi k}{3}}$$
$$X(k) = j\sin\left(\frac{2\pi k}{3}\right)$$
$$X(0) = 0, \quad X(1) = j\sin\frac{2\pi}{3} = j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad X(2) = j\sin\frac{4\pi}{3} = -j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

X(k)= $j\sin\left(\frac{2\pi k}{3}\right)$ X(0) = 0 , X(1)= $j\frac{\sqrt{3}}{2}$, X(2)= $-j\frac{\sqrt{3}}{2}$

5− 4 点 FFT のシグナルフロー図を完成せよ。ただし、出力信号は自然順とする。



6− N=64 点として、DFT と FFT の乗算回数を比較せよ。また、bit−reversal 入力で 27 番目にどの入力サンプルが入るか。(Hint: 27=$\underbrace{011011}_{6\text{ bits}}$) $\xrightarrow[\text{bit-reversal}]{}$ 110110 = 54

$$\frac{\text{FFT}}{\text{DFT}} = \frac{\frac{N}{2}\log_2 N}{N^2} = \frac{32\times 6}{64\times 64} = \frac{3}{64} = 0.047 \quad x\ (54)$$

7− 以下に IIR ディジタルフィルターの差分方程式を示している。フィルタは安定になる条件 a を求めよ。

y(n) = x(n) + a y (n−1)

$Y(z) = X(z) + a z^{-1} Y(z)$

$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1-az^{-1}}$

$1 - a z_p^{-1} = 0$

$z_p = a$

for stability: $|z_p| < 1$

$|a| < 1$

$\boxed{|a| < 1}$

8- 次の式を逆 Z 変換せよ。$H(z) = \dfrac{a z^{-1}}{(1 - a z^{-1})^2}$

From the table

h(n)= $n a^n u(n)$

9− 次の差分方程式は、ある離散時間線形時不変システム(IIR ディジタルフィルター)の入出力関係を表している。 y(n)=x(n) − 0.5x(n−1) + ~~2.5 y(n−1)~~ 0.25 y(n−2) ← Correction

1− ディジタルフィルターの伝達関数 H(z)を求めよ。

2− システムのインパルス応答 h(n) と逆関数 $h(n)^{-1}$ を求めよ。

1- $H(z) = \frac{1}{1+0.5z^{-1}}$

2- $h(n) = (-0.5)^n u(n)$ $\qquad h(n)^{-1} = \delta(n) + 0.5\delta(n-1)$

$Y(z) = X(z) - 0.5z^{-1}X(z) + 0.25z^{-2}Y(z)$

$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-0.5z^{-1}}{1-0.25z^{-2}} = \frac{\cancel{1-0.5z^{-1}}}{(\cancel{1-0.5z^{-1}})(1+0.5z^{-1})} = \frac{1}{1+0.5z^{-1}}$

from table: $h(n) = (-0.5)^n u(n)$, $H^{-1}(z) = 1 + 0.5z^{-1}$

$h^{-1}(n) = \delta(n) + 0.5\delta(n-1)$