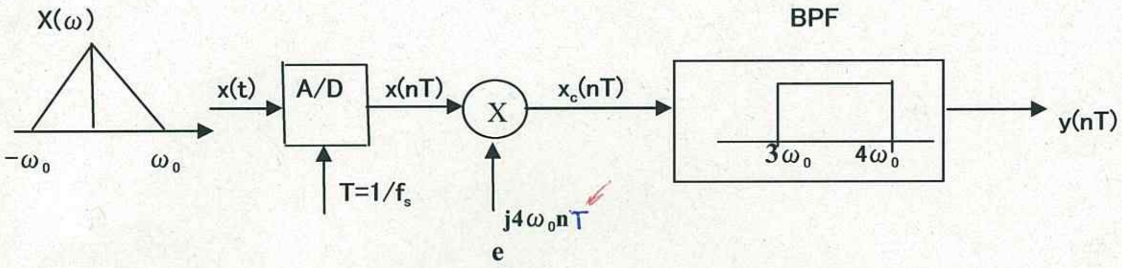
My Solutions
M.R.Asharif
2011/8/1

Digital Signal Processing
Undergraduate Course **Student's Name:**
Last-Term Examination **Sudent's No.**
2011.8.12 **(Each problem scored equally)**

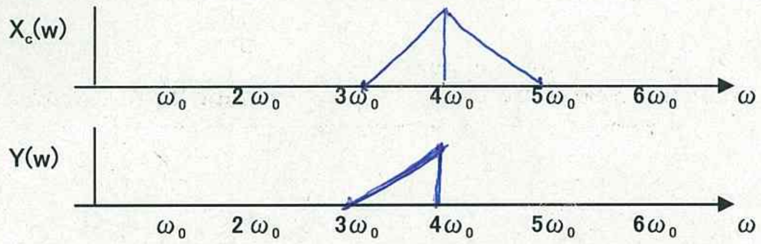
University of the Ryukyus
Faculty of Engineering
Dept. of Information Eng.
Prof. M.R. Asharif

~~~~~~

1− 次の図のような回路がある。x(t), のフーリエ変換 X(w), が、図示されている。出力 y(nT)と x_c(nT)のフーリエ変換 Y(w)と X_c(w)を求めよ。また、概略を示せ。ただし、$\omega_s = 6\omega_0$とする。

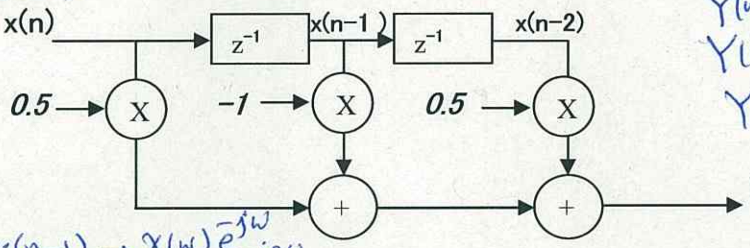


$X_c(w) = X(\omega - 4\omega_0)$



2− 次の図で F I R−Digital Filter の入力の周波数領域が X(w)とすると、出力の周波数領域 Y(w)を求めよ。

(T=1)



$x(n-1) \to X(\omega)e^{-j\omega}$

$x(n-2) \to X(\omega)e^{-j2\omega}$

$y(n) = 0.5x(n) - x(n-1) + 0.5x(n-2)$

$Y(\omega) = 0.5X(\omega) - X(\omega)e^{-j\omega} + 0.5X(\omega)e^{-j2\omega}$

$Y(\omega) = 0.5X(\omega)[1 - 2e^{-j\omega} + e^{-j2\omega}]$

$Y(\omega) = 0.5X(\omega)e^{-j\omega}[e^{j\omega} - 2 + e^{-j\omega}]$

$Y(\omega) = 0.5X(\omega)e^{-j\omega}[e^{j\omega/2} - e^{-j\omega/2}]^2$

$Y(\omega) = 0.5X(\omega)e^{-j\omega}[2j\sin\frac{\omega}{2}]^2$

$Y(\omega) = -2X(\omega)e^{-j\omega}\sin^2\frac{\omega}{2}$

Y(w) = $-2X(\omega)e^{-j\omega}\sin^2\frac{\omega}{2}$

3−離散時間システムのフーリエ変換 H(w)は下記のようになる。時間領域 h(n)を求めよ。T=1 とする。

H(w) = 2 cos(2w)

$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(\omega)e^{j\omega n}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} 2\cos 2\omega\, e^{j\omega n}d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left(\frac{e^{j2\omega}+e^{-j2\omega}}{2}\right)e^{j\omega n}d\omega$

$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega(n+2)}d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega(n-2)}d\omega = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{e^{j\omega(n+2)}}{j(n+2)}\right]_{-\pi}^{\pi} + \frac{1}{2\pi}\left[\frac{e^{j\omega(n-2)}}{j(n-2)}\right]_{-\pi}^{\pi}$

$h(n) = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{e^{j\pi(n+2)} - e^{-j\pi(n+2)}}{j(n+2)}\right] + \frac{1}{2\pi}\left[\frac{e^{j\pi(n-2)} - e^{-j\pi(n-2)}}{j(n-2)}\right]$

$h(n) = \frac{\sin\pi(n+2)}{\pi(n+2)} + \frac{\sin\pi(n-2)}{\pi(n-2)} = \delta(n+2) + \delta(n-2)$

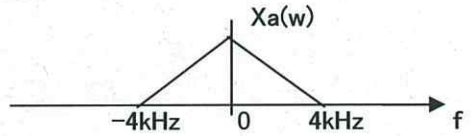
h(n)= $\delta(n+2) + \delta(n-2)$
~~~~~~

2011 My solution

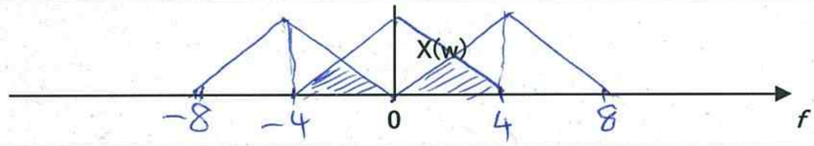
4一図の振幅スペクトルを持つ連続時間 x(t)を T＝0.25 msec のサンプリング周期でサンプリングした。離散時間の振幅スペクトルの概略を示せ。

$T = 0.25$ msec.

$f_s = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.25} = 4$ KHz



fs= 4 KHz



5−つぎの有限信号 x(n)の DFT, X(k), を求めよ。但し N=5 、T=1 とする。

$X(K) = \sum_{n=-2}^{2} x(n) e^{-j\frac{2\pi nk}{N}}$

$X(k) = e^{\frac{j4\pi K}{5}} - e^{-\frac{j4\pi K}{5}}$

$X(K) = 2j \sin\frac{4\pi K}{5}$

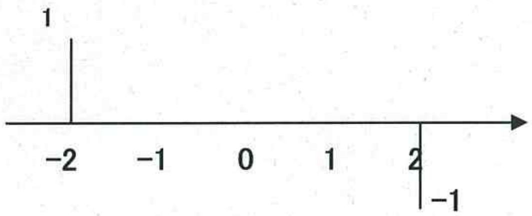
$X(0) = 0$

$X(1) = 2j \sin\frac{4\pi}{5} = 2j\,0.6 = j1.2$

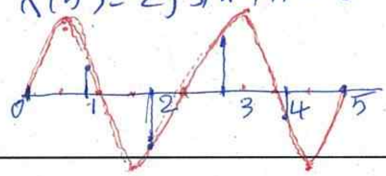
$X(2) = 2j \sin\frac{8\pi}{5} = 2j(-0.95) = -j1.9$

$X(3) = 2j \sin\frac{12\pi}{5} = 2j(0.95) = j1.9$

$X(4) = 2j \sin\frac{16\pi}{5} = 2j(-0.6) = -j1.2$

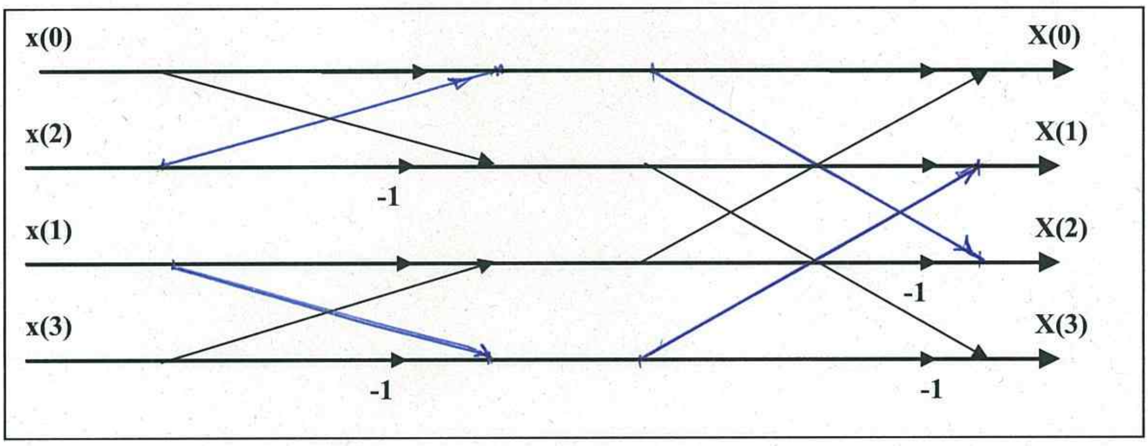


$X(5) = 2j \sin 4\pi = 0$



X(K)= $2j \sin\frac{4\pi k}{5}$ X(0) = 0 X(1)= j1.2 X(2)= −j1.9 X(3)= j1.9 X(4)= −j1.2 X(5)= 0

6− 4 点 FFT のシグナルフロー図を完成せよ。ただし、~~入~~出力信号は自然順とする。



2011 my solution

7- N=256 (8 bits)点として、DFT と FFT の乗算回数を比較せよ。また、bit-reversal 入力で ~~280~~ 240 (11110000) 番目にどの入力サンプルが入るか。

$(240)_{10} \equiv 11110000 \xrightarrow{\text{bit-reversal}} 00001111 = 15$

$$\frac{\text{FFT}}{\text{DFT}} = \frac{N/2 \log_2 N}{N^2} = \frac{128 \times 8}{256 \times 256} = \frac{8}{256 \times 2} = \frac{1}{64} \to 0.0156 \qquad x\ (15)$$

8- 以下に~~2~~1次 IIR ディジタルフィルターの差分方程式を表している。フィルタは安定にたる条件 a を求めよ。(T=1)

$$y(n) = x(n) + 0.5\ a\ y(n-1)$$

$$Y(z) = X(z) + 0.5 a z^{-1} Y(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - 0.5 a z^{-1}}$$

$$|z_p = 0.5a| < 1$$

$$|0.5a| < 1 \Longrightarrow -2 < a < 2$$

$$\boxed{-2 < a < 2}$$

9- 次の差分方程式は、ある離散時間線形時不変システム(IIR デイジタルフィルター)の入出力関係を表している。

$$y(n) = x(n) + 0.1\ x(n-1) + 0.01\ y(n-2)$$

1- ディジタルフィルターの伝達関数 H(z)を求めよ。

2- システムのインパルス応答 h(n)を求めよ。

1- $Y(z) = X(z) + 0.1 z^{-1} X(z) + 0.01 z^{-2} Y(z)$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 0.1 z^{-1}}{1 - 0.01 z^{-2}} = \frac{1}{1 - 0.1 z^{-1}}$$

2- $h(n) = (0.1)^n u(n)$

1- H(z)= $\dfrac{1}{1 - 0.1 z^{-1}}$

2- h(n)= $(0.1)^n u(n)$