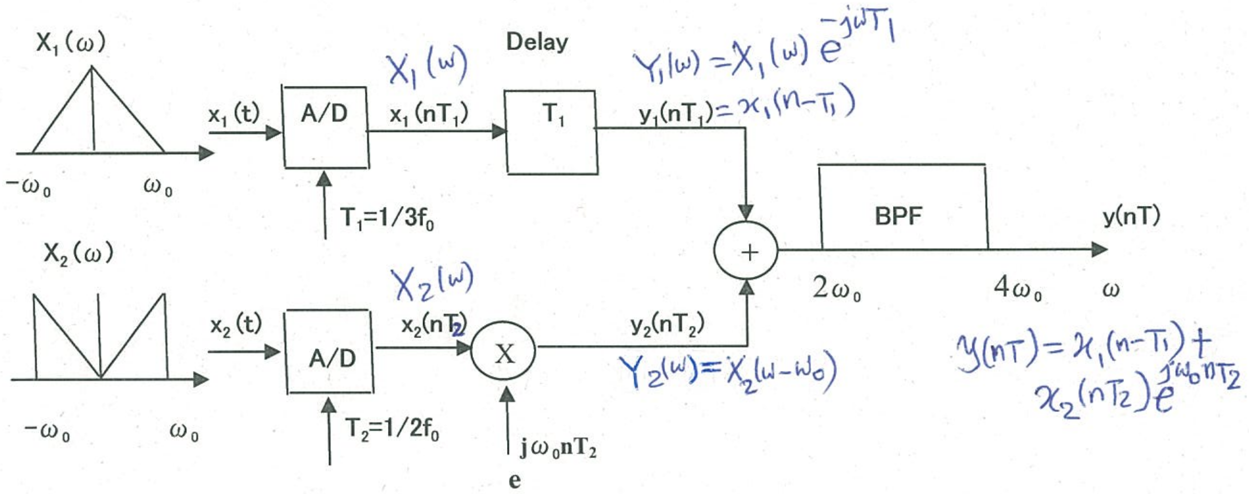
original (1)
My Solution
2012/7/30
M.R. Asharif

Digital Signal Processing
Undergraduate Course **Student's Name:**
Last-Term Examination **Sudent's No.**
2012.8.3 **(Each problem scored equally)**

University of the Ryukyus
Faculty of Engineering
Dept. of Information Eng.
Prof. M.R. Asharif

~~~~~~

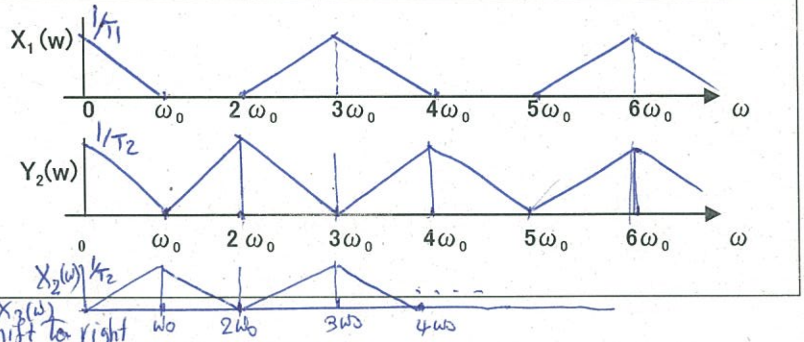
1− 次の図のような回路がある。信吾 $x_{1,2}$ (t)を $T_{1,2}$ でサンプリングして, $x_{1,2}$ (t)のフーリエ変換 $X_{1,2}$ (w), が, 図示されている。出力 y(nT) と $y_1(nT_1)$と $y_2(nT_2)$ のフーリエ変換 Y(w)と Y_1 (w)と Y_2 (w) を求めよ。また、X_1(w)と Y_2 (w)の概略を示せ。



$Y_1(w) = X_1(w)\boxed{e^{-jwT_1}}$

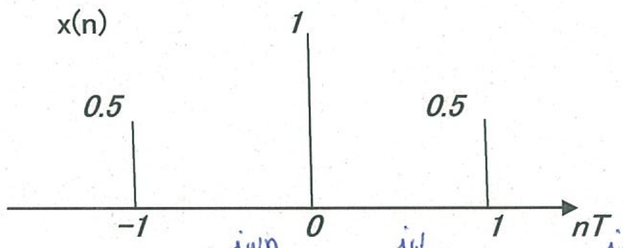
$Y_2(w) = X_2(w-\boxed{w_0})$

$Y(w) = X_1(w)\boxed{e^{-jwT_1}} + X_2(\boxed{w-w_0})$



Since : $X_2(w)$
then $Y_2(w)$ is $X_2(w)$
after w_0 shift to right

2− 次の図に示す離散時間信号 x(n) のフーリエ変換 X(w)を求めよ。
(T=1)



$$X(w) = \sum_n x(n)e^{-jwn} = 0.5e^{jw} + 1 + 0.5e^{-jw} = \boxed{1+\cos w}$$

$$\text{or: } X(w) = 0.5\left(e^{j\frac{w}{2}} + e^{-j\frac{w}{2}}\right)^2 = 0.5\left(2\cos\frac{w}{2}\right)^2$$

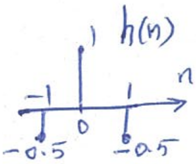
$$X(w) = 2\cos^2\frac{w}{2}$$

$\boxed{X(w) = 2\cos^2\frac{w}{2} = 1+\cos w}$
~~~~~~

My solution
Mikdashi
2012/7/30
(2)

$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(\omega)\, e^{j\omega n}\, d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} (1-\cos\omega)\, e^{j\omega n}\, d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} (1-0.5e^{j\omega}-0.5e^{-j\omega})\, e^{j\omega n}\, d\omega$$

$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega n} d\omega - \frac{1}{2\pi}\times 0.5\int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega(n+1)} d\omega - \frac{1}{2\pi}\times 0.5\int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega(n-1)} d\omega$$



3-離散時間システムのフーリエ変換 H(w)は下記のようになる。時間領域 h(n)を求めよ。T=1 とする。

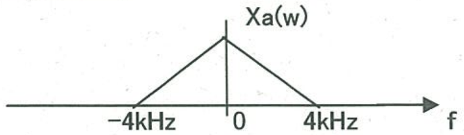
$H(w) = 1 - \cos(w)$

$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\times\frac{e^{j\pi n}-e^{-j\pi n}}{jn} - \frac{1}{2\pi}\times 0.5\,\frac{e^{j\pi(n+1)}-e^{-j\pi(n+1)}}{j(n+1)} - \frac{1}{2\pi}\times 0.5\,\frac{e^{j\pi(n-1)}-e^{-j\pi(n-1)}}{j(n-1)}$$

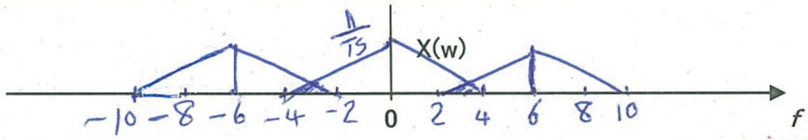
$$h(n) = \frac{\sin\pi n}{\pi n} - 0.5\frac{\sin\pi(n+1)}{\pi(n+1)} - 0.5\frac{\sin\pi(n-1)}{\pi(n-1)} = \delta(n) - 0.5\delta(n+1) - 0.5\delta(n-1)$$

h(n)= $\delta(n) - 0.5\delta(n+1) - 0.5\delta(n-1)$

4—図の振幅スペクトルを持つ連続時間 x(t)を fs = 6 kHz のサンプリング周波数でサンプリングした。離散時間の振幅スペクトルの概略を示せ。



$T_s = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{6}$ msec.



5—つぎの有限信号 x(n)の DFT, X(k), を求めよ。但し N=3 、T=1 とする。

$$X(K) = \sum_{n=0}^{2} x(n)\, e^{-j\frac{2\pi nK}{3}}$$

$$X(K) = 1 + 2e^{-j\frac{2\pi K}{3}} + e^{-j\frac{4\pi K}{3}} = \left(1+e^{-j\frac{2\pi K}{3}}\right)^2$$

$$X(K) = \left[e^{\frac{j\pi K}{6}}\left(e^{\frac{j5\pi K}{6}} + e^{-\frac{j5\pi K}{6}}\right)\right]^2$$

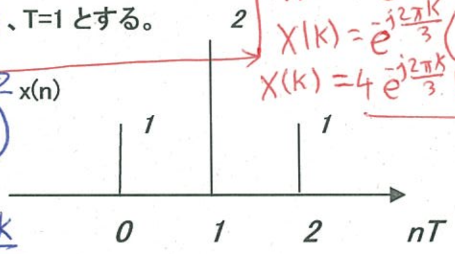
$$X(K) = e^{\frac{j2\pi K}{6}}\left(2\cos\frac{5\pi K}{6}\right)^2 = 4e^{\frac{j\pi K}{3}}\cos^2\frac{5\pi K}{6}$$

$$X(K) = e^{-\frac{j2\pi K}{3}}\left(e^{\frac{j2\pi K}{3}} + 2 + e^{-\frac{j2\pi K}{3}}\right)$$

$$X(K) = e^{-\frac{j2\pi K}{3}}\left(e^{\frac{j\pi K}{3}} + e^{-\frac{j\pi K}{3}}\right)^2$$

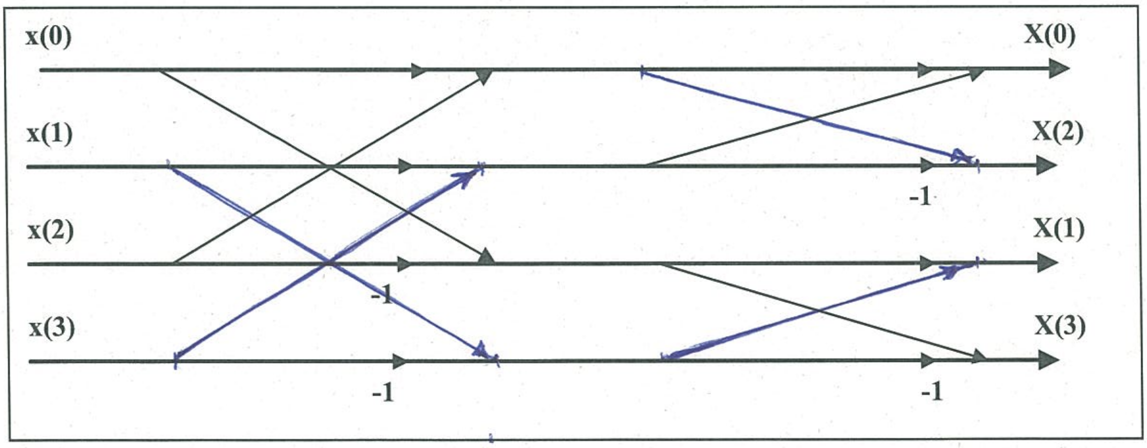
$$X(K) = 4e^{-\frac{j2\pi K}{3}}\cos^2\frac{\pi K}{3}$$

also O.K.



$$X(K) = \boxed{4}\, e^{\boxed{\frac{j\pi K}{3}}}\, Cos^2(\boxed{5}\,\pi K/6)$$

6— 4 点 FFT のシグナルフロー図を完成せよ。ただし、入力信号は自然順とする。



My solution (3)
M.R. Asharif
2012/7/31

7- N=256 (8 bits)点として、DFT と FFT の乗算回数を比較せよ。また、bit-reversal 入力で 230 (11100110) 番目にどの入力サンプルが入るか。

$$(230)_{10} = \overset{128\,64\,32\,16\,8\,4\,2\,1}{11100110} \xrightarrow{\text{bit-reversal}} \overset{128\,64\,32\,16\,8\,4\,2\,1}{01100111} = 103$$

$$\boxed{\frac{DFT}{FFT} = \frac{N^2}{\frac{N}{2}\log_2^N} = \frac{256\times256}{128\times8} = 64 \quad x\,(103)}$$

8- 以下に 2 次 IIR ディジタルフィルターの差分方程式を表している。フィルタは安定にたる条件 *a,* を求めよ。
(T=1, a > 0)

$$y(n) = x(n) + a\,y(n\text{-}1) + 2\,a^2\,y(n\text{-}2)$$

$$Y(z) = X(z) + az^{-1}Y(z) + 2a^2z^{-2}Y(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1-az^{-1}-2a^2z^{-2}}$$

$$z_p^2 - a z_p - 2a^2 = 0$$

$$z_p = \frac{a \pm \sqrt{a^2+8a^2}}{2} = \frac{a \pm 3a}{2} \begin{cases} \to 2a \\ \to -a \end{cases}$$

$$|z_p = 2a| < 1 \qquad a < \frac{1}{2}$$

$$|z_p = -a| < 1 \qquad a < 1$$

$$\boxed{0 < a < \frac{1}{2}}$$

9- 次の差分方程式は、ある離散時間線形時不変システム(IIR デイジタルフィルター)の入出力関係を表している。

$$y(n) = x(n) - x(n\text{-}1) + 0.25\,x(n\text{-}2) + 0.5\,y(n\text{-}1)$$

1- ディジタルフィルターの伝達関数 $H(z)$ を求めよ。
2- このIIR ディジタルフィルターの安定性を調べよ。
3- システムのインパルス応答 $h(n)$ を求めよ。
4- 入力が $x(n) = 0.5^n\,u(n)$ の時に出力 $y(n)$を求めよ。

$$Y(z) = X(z) - z^{-1}X(z) + 0.25z^{-2}X(z) + 0.5z^{-1}Y(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{(1-0.5z^{-1})^2}{1-0.5z^{-1}} = 1-0.5z^{-1} \Rightarrow \text{安定です。}$$

$$h(n) = \delta(n) - 0.5\,\delta(n-1)$$

$$x(n) = 0.5^n u(n) \Rightarrow X(z) = \frac{1}{1-0.5z^{-1}}$$

$$Y(z) = H(z)\cdot X(z) = (1-0.5z^{-1}) \times \frac{1}{1-0.5z^{-1}} = 1 \Rightarrow y(n) = \delta(n)$$

1- H(z) = $1-0.5z^{-1}$

2- 安定である　　　　安定ではない

3- h(n)= $\delta(n) - 0.5\delta(n-1)$

4- y(n) = $\delta(n)$