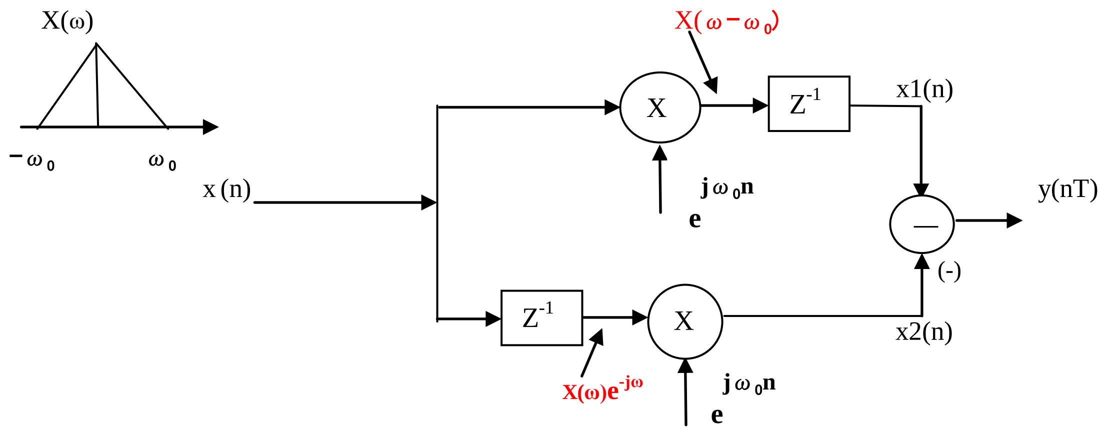
Digital Signal Processing
Undergraduate Course ***Student's Name:***
Last-Term Examination ***Sudent's No.***
2015.8.13 ***(Each problem scored equally)***

University of the Ryukyus
Faculty of Engineering
Dept. of Information Eng.
Prof. M.R. Asharif

~~~~~~

1− 次の図のような回路がある。x (n)のフーリエ変換 X (ω) が図示されている。$X_1(\omega)$、$X_2(\omega)$と出力 y(n) のフーリエ変換 Y(ω)を求め図示せよ。

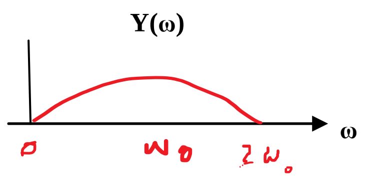


$X_1(\omega)= X(\omega-\omega_0)e^{-j\omega}$
$X_2(\omega)= X(\omega-\omega_0)e^{-j(\omega-\omega_0)}$
$Y(\omega)=X1(\omega)-X2(\omega)= X(\omega-\omega_0)e^{-j\omega} - X(\omega-\omega_0)e^{-j(\omega-\omega_0)} = X(\omega-\omega_0)[1- e^{-j\omega_0}]\, e^{-j\omega} = X(\omega-\omega_0)\, [e^{j\omega_0/2}- e^{-j\omega_0/2}]\, e^{-j(\omega-\omega_0/2)}$
$Y(\omega)=2j\, X(\omega-\omega_0)\mathrm{Sin}(\omega_0/2)\, e^{-j(\omega-\omega_0/2)}$

$X_1(\omega)= X(\omega- \omega_0)\, e^{-j\omega}$

$X_2(\omega)=X(\omega- \omega_0)\, e^{-j(\omega- \omega0)}$

$Y(\omega) = \boxed{2i}\ X(\omega - \boxed{\omega_0})\ \mathrm{Sin}(\boxed{\omega_0/2})\ e^{-j\boxed{(\omega- \omega_0/2)}}$



2− 次の差分方程式に示している Y(ω)を X (ω) で求めよ。(T=1)

$$y(n)= x(n) + 2x(n-1)+ x(n-2)$$

$Y(\omega)= \boxed{4}\, e^{-j\boxed{\omega}}\ \mathrm{Cos}^2\boxed{\omega/2}\ X(\omega)$

$Y(w) = X(w) + 2X(w)e^{-jw} + X(w)e^{-j2w}$

$Y(w)= X(W)[1+2e^{-jw}+e^{-j2w}]$

$Y(w) = X(w)e^{-jw}[e^{jw}+2+e^{-jw}]$

$Y(w) = X(w)e^{-jw}[e^{jw/2}+e^{-jw/2}]^2 = X(w)e^{-jw}[2\cos w/2]^2$

$Y(w) = 4X(w)e^{-jw}\cos^2 w/2$
~~~~~~

3− 離散時間信号のフーリエ変換 X(ω)は下記のようになる。時間領域 x(n)を δ 関数で求めよ。T=1 とする。

$$X(\omega) = 2\, e^{-j\omega}\, \mathrm{Cos}\,(\omega)$$

$$x(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(\omega)\, e^{j\omega n}\, d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} 2\, e^{-j\omega}\, \mathrm{Cos}(\omega)\, e^{j\omega n}\, d\omega$$

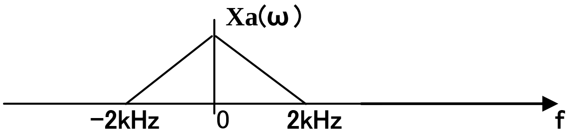
$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{j\omega} + e^{-j\omega}\right) e^{-j\omega}\, e^{j\omega n}\, d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega n}\, d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega (n-2)}\, d\omega$$

$$x(n) = \delta(n) + \delta(n-2)$$

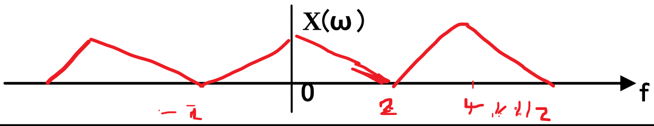
x(n)= $\delta(n) - \delta(n-2)$

4— 図の振幅スペクトルを持つ連続時間 x(t)を Ts = 0.25 msec でサンプリング した。離散時間の振幅スペクトルの概略を示せ。

$$f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{0.25} = 4\mathrm{kHz}$$



f_s= 4kHz



5− つぎの有限信号 x(n) の DFT, X(k), を求めよ。但し N=3 , T=1 とする。

$$x(n) = \delta(n+1) + \delta(n-1)$$

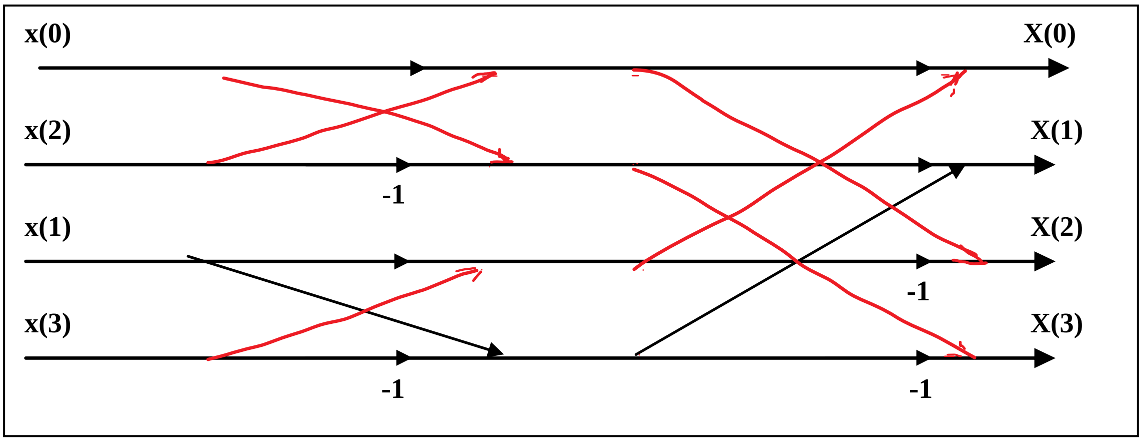
Hint use: $X(k) = \sum_{n=-1}^{1} x(n) e^{-j\frac{2\pi n k}{3}}$

$$X(k) = e^{j\frac{2\pi k}{3}} + e^{-j\frac{2\pi k}{3}}$$

$$X(k) = 2\,\mathrm{Cos}\,\frac{2\pi k}{3}$$

X(k)= $2\,\mathrm{Cos}\,\frac{2\pi k}{3}$ X(-1) = -1 , X(0)= 2 , X(1)= -1

6- 4 点 FFT のシグナルフロー図を完成させよ。ただし、入力信号は **bit-reversed** 順とする。



7- N=256 (8 bits)点として、DFT と FFT の乗算回数を比較せよ。また、bit-reversal 入力で 93 = (01011101)番目にどの入力サンプルが入るか。

$$\frac{\text{DFT}}{\text{FFT}} = \frac{256}{\frac{N}{2}\log_2 N} = 64 \qquad x(10111010) = 186$$

8- 以下に 1 次 **IIR** ディジタルフィルターの差分方程式を表している。フィルタは安定にたる条件 **a** を求めよ。(**T=1**)

$$y(n) = x(n) + 0.5\, a\, y(n-1)$$

$Y(z) = X(z) + 0.5\, a\, z^{-1} Y(z)$

$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1-0.5\, a z^{-1}}$

$|z_p| = 0.5|a| < 1 \Longrightarrow -2 < a < 2$

$\boxed{-2 < a < 2}$

9- 次の差分方程式は、ある離散時間線形時不変システム(FIR)デイジタルフィルター)の入出力関係を表している。 $y(n) = x(n) - 0.5\, x(n-1)$

1- ディジタルフィルターの伝達関数 **H(z)** を求めよ。

2- システムのインパルス応答 **h(n)** を求めよ。

3-$H(z)^{-1}$ と逆システムのインパルス応答 $h(n)^{-1}$ を求めよ。

4-入力が $x(n) = 0.5^n u(n)$ の時に出力 **y(n)** を求めよ。

Hint: **Y(z)=X(z).H(z)**求めてから **y(n)**を求めよ。

1- $H(z) = 1 - 0.5 z^{-1}$

2- $h(n) = \delta(n) - 0.5\,\delta(n-1)$

3- $h^{-1}(n) = 0.5^n u(n)$

4- $y(n) = \delta(n)$

$Y(z) = X(z)[1 - 0.5 z^{-1}]$

$H(z) = 1 - 0.5 z^{-1}$

$h(n) = \delta(n) - 0.5\,\delta(n-1)$

$H^{-1}(z) = \frac{1}{1-0.5 z^{-1}} \Longrightarrow h^{-1}(n) = 0.5^n u(n)$

$X(z) = \frac{1}{1-0.5z^{-1}}, \quad Y(z) = H(z) \cdot X(z) = \frac{1-0.5z^{-1}}{1-0.5z^{-1}} = 1$

$y(n) = \delta(n)$