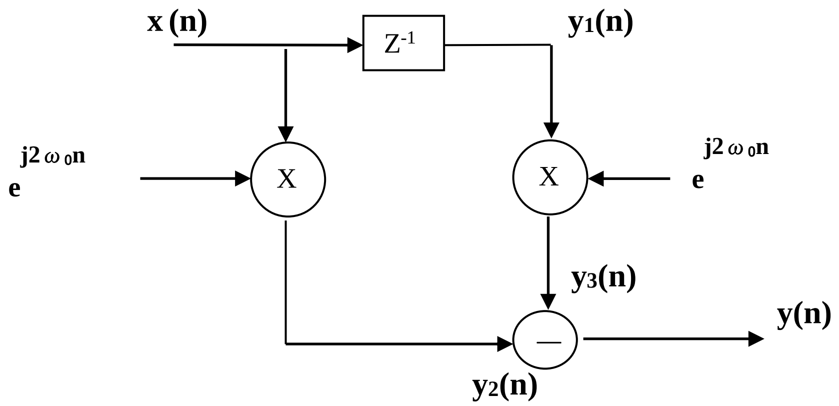
University of the Ryukyus
Faculty of Engineering
Dept. of Information Eng.
Prof. M.R. Asharif

1－次の図のような回路がある。x (n)のフーリエ変換 X (ω) です。$Y_1(\omega)$ 、$Y_2(\omega)$, $Y_3(\omega)$と出力 Y(ω)のフーリエ変換を求めよ。



$Y_1(\omega)= X(\omega)e^{-j\omega}$

$Y_2(\omega)= X(\omega-2\omega_0)$

$Y_3(\omega)= Y_1(\omega-2\omega_0)=X(\omega-2\omega_0)e^{-j(\omega-2\omega_0)}$

$Y(\omega) = Y_2(\omega)+Y_3(\omega) = X(\omega-2\omega_0) +X(\omega-2\omega_0)e^{-j(\omega-2\omega_0)} = X(\omega-2\omega_0)[1- e^{-j(\omega-2\omega_0)}]$

$Y(\omega = X(\omega-2\omega_0) [e^{j(\omega-2\omega_0)/2}+ e^{-j(\omega-2\omega_0)/2}] e^{-j(\omega-2\omega_0)/2}$

$Y(\omega)=2 X(\omega-2\omega_0)Cos[(\omega-2\omega_0)/2]\ e^{-j(\omega-2\omega_0)/2)}$

$Y_1(\omega)= X(\omega)\ e^{-j\boxed{\omega}}$

$Y_2(\omega)= X(\omega - \boxed{2\omega_0})$

$Y_3(\omega)= Y_1(\omega - \boxed{2\omega_0})=X(\omega - \boxed{2\omega_0})e^{-j\boxed{(\omega-2\omega_0)}}$

$Y(\omega)= \boxed{2}\ X(\omega-\boxed{2\omega_0})Cos[\boxed{(\omega-2\omega_0)/2}]\ e^{-j\boxed{(\omega-2\omega_0)/2}}$

2- 離散時間スステム応答 h(n)のフーリエ変換 H(*ω*)を求めよ。(T=1)

$h(n)=[1,2,1]$
↑
n=0

$H(\omega)= 4\ e^{-j\boxed{}}\ Cos^2\ (\qquad)$

$$H(\omega)= \sum_{n=0}^{n=2} x(n)\ e^{-j\omega n} = 1+ 2\ e^{-j\omega} + e^{-j2\omega} = e^{-j\omega}\ (e^{-j\omega/2}+ e^{-j\omega/2})^2$$

$H(\omega)=4\ e^{-j\omega}\ cos^2(\omega/2)$

3- 離散時間システムのフーリエ変換 H(w)は下記のようになる。時間領域 h(n)を δ 関数で求めよ、但し T=1 とする。

$$H(w) = 2\cos(w)$$

$$h(n) = (1/2\pi)\int_{-\pi}^{\pi} H(\omega)\, e^{j\omega n}\, d\omega = (1/2\pi)\int 2\cos(\omega) e^{j\omega n}\, d\omega$$

$$h(n) = (1/2\pi)\int (e^{j\omega} + e^{-j\omega})\, e^{j\omega n}\, d\omega =$$

$$h(n) = (1/2\pi)\int_{-\pi}^{\pi} (e^{j\omega(n+1)})\, d\omega + (1/2\pi)\int_{-\pi}^{\pi} (e^{j\omega(n-1)})\, d\omega$$

$$h(n) = \delta(n+1) + \delta(n-1)$$

$$\boxed{h(n) = \delta(n+1) + \delta(n-1)}$$

4- つぎの有限信号 x(n)の DFT, X(k), を求めよ。但し N=3 、T=1 とする。

$x(n)=\{ 1, -2, 1 \}$ *Hint use:* $X(k) = \sum_{n=0}^{2} x(n) e^{-j\frac{2\pi nk}{3}}$

↑
n=0

$$X(k) = \sum_{n=0}^{n=N-1} x(n)\, e^{-j(2\pi nk/N)} = 1 - 2e^{-j(2\pi k/3)} + e^{-j(4\pi k/3)}$$

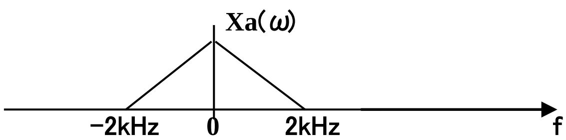
$$X(k) = e^{-j(2\pi k/3)}\,[e^{j(2\pi k/3)} - 2 + e^{-j(2\pi k/3)}]$$

$$X(k) = e^{-j(2\pi k/3)}\,[e^{j(\pi k/3)} - e^{-j(\pi k/3)}]^2$$

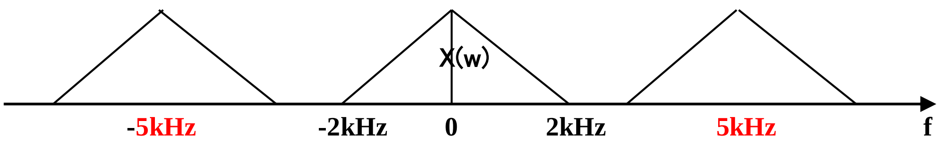
$$X(k) = e^{-j(2\pi k/3)}\,[2j\sin(\pi k/3)]^2 = -4\,e^{-j(2\pi k/3)} \sin^2(\pi k/3)$$

$$\boxed{X(k) = -4\,e^{-j(2\pi k/3)} \sin^2(\pi k/3)}$$

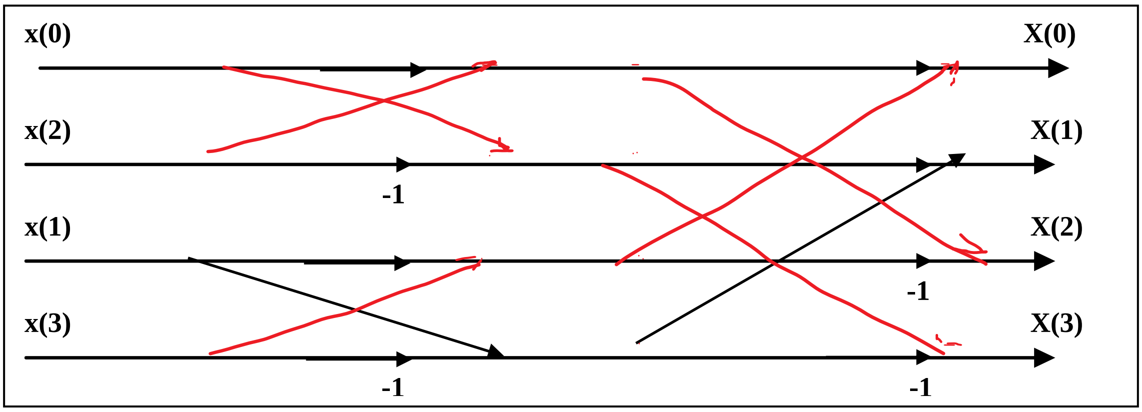
5- 図の振幅スペクトルを持つ連続時間 x(t)を $f_s = 5$ kHz でサンプリング した。離散時間の振幅スペクトルの概略を示せ。



T_s=0.2msec



6- 4 点 FFT のシグナルフロー図を完成させよ。ただし、入力信号は **bit-reversed** 順とする。



7- N=256 (8 bits)点として、DFT と FFT の乗算回数を比較せよ。また、bit-reversal 入力で 99 = (01100011)番目にどの入力サンプルが入るか。

$$\frac{\text{DFT}}{\text{FFT}} = \frac{256 \text{ X} 256}{128\log_2 256} = 64 \qquad \text{x } (11000110) = 198$$

8- 以下に 1 次 IIR ディジタルフィルターの差分方程式を表している。フィルタは安定にたる条件 **a** を求めよ。（T=1）

$$y(n) = x(n) + a\, y(n-1)$$

$$Y(Z)=X(Z)+aZ^{-1}Y(Z)$$

$$H(Z)=\frac{Y(Z)}{X(Z)}=\frac{1}{1-aZ^{-1}}$$

$$1-aZ^{-1}=0$$

$Z_p=a$ then for stability: $|Z_p| < 1$ or $|a|<1$

$$\boxed{-1<a<1}$$

9- 次の差分方程式は、ある離散時間線形時不変システム(FIR)デイジタルフィルター)の入出力関係を表している。 $y(n)=x(n) + 0.5x(n-1) + 0.25\, y(n-2)$

1- ディジタルフィルターの伝達関数 H(z) を求めよ。

2- システムのインパルス応答 h(n) を求めよ。

3- $H(z)^{-1}$ と逆システムのインパルス応答 $h(n)^{-1}$ を求めよ。

4-入力が $x(n) = \delta(n) -0.5\, \delta(n-1)$ の時に出力 y(n) を求めよ。

Hint: Y(z)=X(z).H(z)求めてから y(n)を求めよ。

$$Y(Z)=X(Z)+0.5Z^{-1}X(Z)+0.25Z^{-2}Y(Z)$$

$$H(Z)=Y(Z)/X(Z)=(1+0.5Z^{-1})/(1-0.25Z^{-2})$$

$H(Z)=1/(1-0.5Z^{-1})$ and then: $h(n)= 0.5^n u(n)$

$H^{-1}=1-0.5Z^{-1}$ and then: $h^{-1}(n)= \delta(n)-0.5\, \delta(n-1)$

For: $x(n) = \delta(n) -0.5\, \delta(n-1)$ we have: $X(Z)=1-0.5Z^{-1}$

Then: $Y(Z)=H(Z)X(Z)= [1/(1-0.5Z^{-1})][(1-0.5Z^{-1})]=1$

Then: $y(n)= \delta(n)$

1- $H(z) = 1/(1-0.5Z^{-1})$

2- $h(n) = 0.5^n u(n)$

3- $h^{-1}(n) = \delta(n)-0.5\, \delta(n-1)$

4- $y(n)= \delta(n)$