

シンプレックス法（標準形の式）

制約条件：

$$\begin{array}{l} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n = b_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2n}X_n = b_2 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \cdots + a_{mn}X_n = b_m \\ - Z + C_1X_1 + C_2X_2 + \cdots + C_nX_n = 0 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} (1)$$

非負条件： $X_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \cdots, n$ (2)

制約条件(1)と非負条件(2)を満たし、
かつ Z を最小にする解を求めよ。

ピボット操作

pivot = 回転軸，旋回軸の意味

連立方程式において，指定された変数の係数を，ある1つの式についてのみ1とし，残りの式では零にする変換操作

基本ピボット操作の手順

- (1) r 行 s 列におけるピボット項（またはピボットエレメント） $a_{rs} \neq 0$ を選ぶ．
- (2) r 行（ r 番目）の式の両辺を a_{rs} で割る．
- (3) r 番目の式以外の全ての等式を (2) で得られた新しい r 番目の式に $(-a_{is})$ を掛けた式との和で置き換える．

シンプレックス法1

(例題)

$$\text{Maximize } Z = 2X_1 + 3X_2$$

Subject to

$$3X_1 + 7X_2 \leq 46$$

$$4X_1 + 3X_2 \leq 30$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

- ・ 制約条件を満たす解 **可能解**
- ・ 可能解のうち目的関数を最大にするもの **最適解**

シンプレックス法 2 (Simplex Tableau)

例題の式を置き換えると,

$$\begin{aligned} 3X_1 + 7X_2 + X_3 &= 46 \\ 4X_1 + 3X_2 + X_4 &= 30 \\ X_1, X_2, X_3, X_4 & \geq 0 \\ Z = -2X_1 - 3X_2 & \min \end{aligned}$$

スラック変数について移項し

$$\begin{aligned} X_3 &= 46 + 3(-X_1) + 7(-X_2) \\ X_4 &= 30 + 4(-X_1) + 3(-X_2) \end{aligned}$$

とにおいて, 次のシンプレックスタブローを得る.

	定数	$-X_1$	$-X_2$
X_3	46	3	7
X_4	30	4	3
Z	0	-2	-3

シンプレックス法 3

<シンプレックスタブローの計算>

ピボットエレメント(PE)の決め方

Z の行で、負の値で絶対値最大のもの
で選んだ列の正值で定数の列の値を割る
で得た値のうち最小値を示す行をえらぶ

停止条件

- (A) で選んだ列の値が全て 0 または負ならば、最適解は存在しない。
- (B) Z の行が全て 0 または正ならばすでに最適解である。

シンプレックス法 4

ピボットエレメント(PE)の決め方

Z の行で、負の値で絶対値最大のもの
で選んだ列の正值で定数の列の値を割る
で得た値のうち最小値を示す行をえらぶ

		定数	$-X_1$	$-X_2$
46/7	X_3	46	3	7
30/3	X_4	30	4	3
	Z	0	-2	-3

PE

,

シンプレックス法 5

		定数	$-X_1$	$-X_2$
46/7	X_3	46	3	7
30/3	X_4	30	4	3
	Z	0	-2	-3

ピボットエレメント (PE) は 7 となる

このことは X_3 と X_2 を入れ替えることを意味する。

7 で同じ行の各値を割る。

((46/7, 3/7, 1) になる)

シンプレックス法 6

次に、新しいタブローの2行目を決める (X_4 の行)。

(新しい X_4 の行)

$$= (\text{古い } X_4 \text{ の行}) - (\text{新しい } X_2 \text{ の行}) \times (\text{古い } X_2 \text{ の列})$$

PE の行

PE の列

	定数	$-X_1$	$-X_3$
X_2	$46/7$	$3/7$	1
X_4	$30 - (46/7)x_3$	$4 - (3/7)x_3$	$3 - 1x_3$
Z	$0 - (46/7)x(-3)$	$-2 - (3/7)x(-3)$	$-3 - 1x(-3)$

シンプレックス法 6'

(新しい X_4 の行)

$$= (\text{古い } X_4 \text{ の行}) - (\text{新しい } X_2 \text{ の行}) \times (\text{古い } X_2 \text{ の列})$$

PE の行

PE の列

PE を用いた新しい値の求め方：

	定数	$-X_1$	$-X_3$
X_2	$46/7$	$3/7$	1
X_4	\uparrow		(3)
Z	Q^*		(-3)

$$Q^* = Q - 46/7 \times (-3)$$

シンプレックス法7

新しいPEを，手順 により定める．

	定数	$-X_1$	$-X_3$
X_2	$46/7$	$3/7$	1
X_4	$72/7$	$19/7$	0
Z	$138/7$	$-5/7$	0



	定数	$-X_4$	$-X_3$
X_2	$94/19$	0	1
X_1	$72/19$	1	0
Z	$426/19$	0	0

新タブローに変換

slack

停止条件

シンプレックス法 8

	定数	$-X_4$	$-X_3$
X_2	94/19	0	1
X_1	72/19	1	0
Z	426/19	0	0

停止条件

ゆえに例題の解は，

$$X_1=72/19, X_2=94/19 \text{ のとき, } Z=426/19$$

練習課題（6月2日(木)までにPDFレポート提出）

- (1) 次の線形計画問題をシンプレクス法で解きなさい。
その計算過程を全て示しなさい。

$$\text{Maximize } Z = X_1 + X_2 + X_3$$

Subject to

$$X_1 - X_2 + 2X_3 = 8$$

$$2X_1 - 3X_2 - X_3 = 1$$

$$X_j \geq 0 \quad j=1,2,3$$

(23,15,0)のとき, Z=38・・・解答

- (2) シンプレクス法を実行するプログラムを作成し、実行結果が正しいことを上記の問題で確認しなさい。