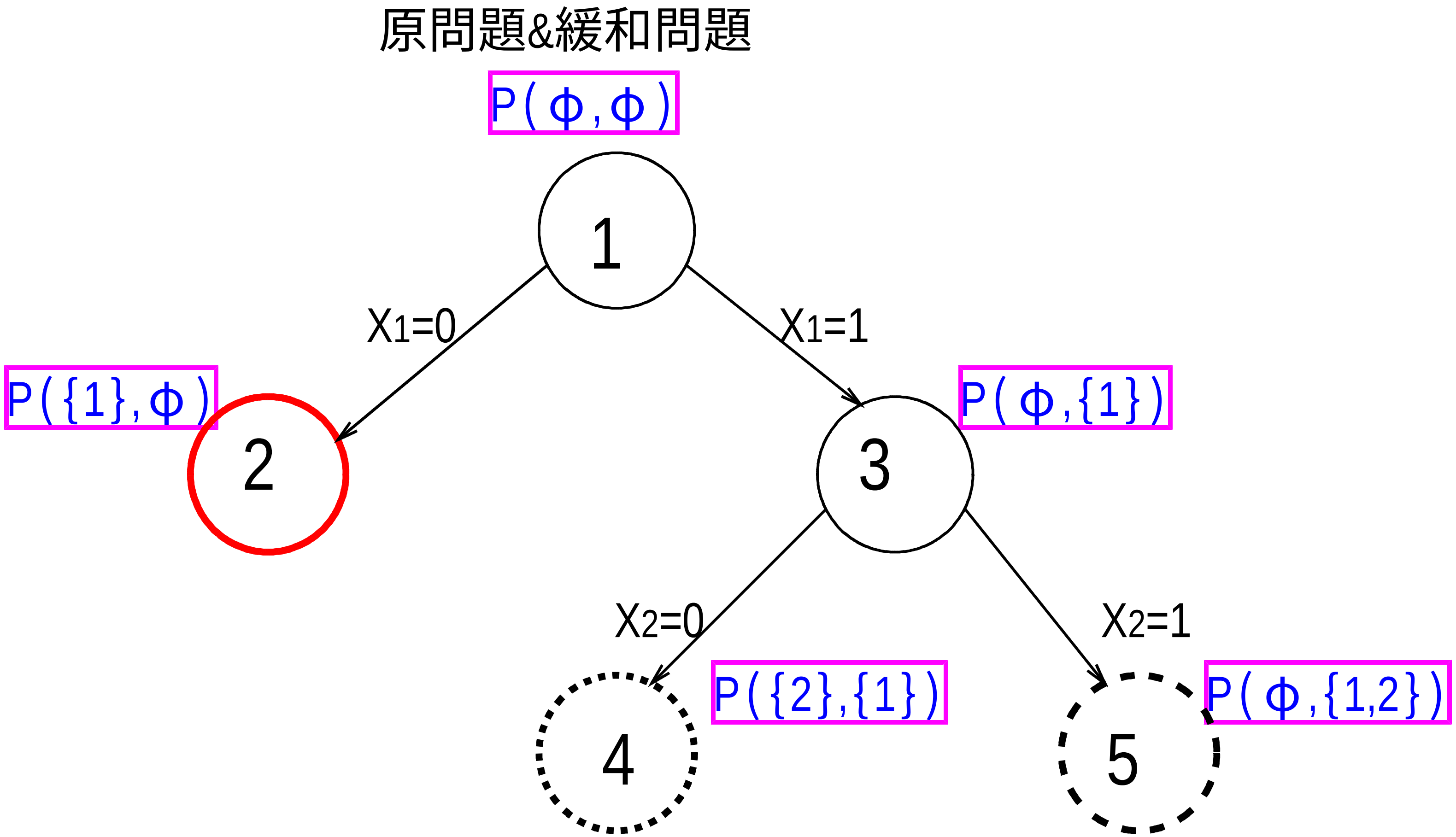
●分枝限定法の手順

1）原問題から緩和問題を作る。
2）緩和問題から実数最適解を得る。
3）実数最適解を改良して近似最適解（暫定解）を得る。
4）分枝操作によって部分問題を作る。
5）部分問題の最適解を求め、それが原問題の最適解となる
　可能性があるかどうかをチェックする。
6）もし可能性がないならその部分問題を解くことを止める（限定操作）
7）新たに、次の部分問題を作る（分枝操作）
8）新しい部分問題をチェックする。
9）チェックすべき部分問題が無くなれば終了。

●分枝限定法の探索木



●分枝限定法の手順（1）原問題から緩和問題を作る。

Max　$5X_1 + 6X_2 + X_3 + 2X_4$

Subject to

$4X_1 + 5X_2 + X_3 + 3X_4 \leqq 6$　　　$X_i = (0, 1)$　　$i = 1, 2, \cdots, 4$

↓

緩和問題へ変換：

Max　$5X_1 + 6X_2 + X_3 + 2X_4$

Subject to

$4X_1 + 5X_2 + X_3 + 3X_4 \leqq 6$　　$0 \leqq X_i \leqq 1$　　$i = 1, 2, \cdots, 4$

●分枝限定法の手順（2）緩和問題から実数最適解を得る

Max　$5X_1 + 6X_2 + X_3 + 2X_4$

Subject to

$4X_1 + 5X_2 + X_3 + 3X_4 \leqq 6$　　$0 \leqq X_i \leqq 1$　　$i=1,2,\cdots,4$

★上記の緩和問題で($C1/A1 \geqq C2/A2 \geqq C3/A3 \geqq \cdots \geqq Cn/An$)が成立することを確かめておく。もし、成立していない場合は、成立するように式を変形しておく。

★制約条件を満たす X_i を（$0 \leqq X_i \leqq 1$）の範囲で左側からできるだけ大きな X_i の値で定めていく。

まず$(X_1,X_2,X_3,X_4)=(1,0,0,0)$とすると、$4 \leqq 6$ が成立。まだ OK なので X_2 を 2/5 とおき$(1,2/5,0,0)$とすると、制約式は $6 \leqq 6$ となる。従って$(1,2/5,0,0)$は緩和問題の実数最適解となる。

●分枝限定法の手順（3）実数最適解を改良して近似最適解（暫定解）を得る

★実数最適解(1,2/5,0,0)の実数(2/5)を 0 とおき、他の 0 を 1 に置換してみる。

$$
(1,2/5,0,0)\begin{cases} (1,0,1,0)\rightarrow \text{緩和問題の制約式が成立:近似最適解} \\ (1,0,0,1)\rightarrow \text{緩和問題の制約式が不成立} \end{cases}
$$

よって、近似最適解(1,0,1,0)によって得られる目的関数値(6)を暫定値とする。
また、このときの近似最適解(1,0,1,0)を暫定解とする。

●分枝限定法の手順（4）部分問題を作る

原問題に分枝操作を行い、部分問題 P({1},φ)と P(φ,{1})を作る。

部分問題：P(J_0, J_1)とは･･･

J_0：0に固定された添字の集合
J_1：1に固定された添字の集合

⇕

左側 J_0：0に固定する変数を表す
右側 J_1：1に固定する変数を表す

P({1},φ)と P(φ,{1})

X_1 を1とする。

X_1 を0とする。

P({1},φ)：X1 = 0 であることを意味する

$$\text{Max} \quad 5X_1 + 6X_2 + X_3 + 2X_4$$

Subject to

$$4X_1 + 5X_2 + X_3 + 3X_4 \leqq 6 \qquad X_i = (0,\ 1) \quad i = 1, 2, \cdots, 4$$

⇩

$$\text{Max} \quad 6X_2 + X_3 + 2X_4$$

Subject to

$$5X_2 + X_3 + 3X_4 \leqq 6 \qquad X_i = (0,\ 1) \quad i = 2, \cdots, 4$$

(U)

P(φ,{1})：X1 = 1 であることを意味する

$$\text{Max} \quad 5X_1 + 6X_2 + X_3 + 2X_4$$

Subject to

$$4X_1 + 5X_2 + X_3 + 3X_4 \leqq 6 \qquad X_i = (0,\ 1) \quad i = 1, 2, \cdots, 4$$

⇩

$$\text{Max} \quad 5 + 6X_2 + X_3 + 2X_4$$

Subject to

$$4 + 5X_2 + X_3 + 3X_4 \leqq 6 \qquad X_i = (0,\ 1) \quad i = 2, \cdots, 4$$

(R)

●部分問題のテストと終端のルール

1) 部分問題 P の緩和問題から実数最適解 A を求めたとき、
A が暫定解 Q より小さいならば、その部分問題 P が
原問題の最適解を与えることはない。従って終端できる。

2) 部分問題 P の緩和問題から実数最適解 A を求めたとき、
A が 0-1 条件を満たすならば、A は部分問題 P の最適解
である。従って終端できる。
また、A による目的関数値が暫定解 Q より大きいならば、A を新しい
暫定解とする。

3) 部分問題 P が実行可能解を持たないならば、その部分問題 P
は終端できる。

●分枝限定法の手順（5）部分問題の実数最適解を求める

- 部分問題 P({1},φ)の緩和問題(U)から実数最適解を求めると(1,1,0)
  - 終端条件(2)より、(1,1,0)は 0-1 条件を満たすので P({1},φ)の最適解である。
  - また、P({1},φ)は終端できる。
  - 目的関数値は(7)となり、暫定値(6)より大きいので新しい暫定値を(7)、新しい暫定解を(0,1,1,0)とおく。

- 部分問題 P(φ,{1})の緩和問題(R)から実数最適解を求めると(2/5,0,0)
  - (2/5,0,0)に対する目的関数値は 37/5 となる。これは暫定値(7)より大きく、終端条件(1)(2)(3)のいずれにも該当しない。
  - 従って、さらに X_2 を 0 または 1 に固定した新しい部分問題を作る。
  - すなわち、P({2},{1})、P(φ,{1,2})が新しい部分問題となる。

●分枝限定法の手順（5'）部分問題の実数最適解を求める

P({2},{1}) :(X_1=1, X_2=0 とおくことを意味する)

Max $5 + 6X_2 + X_3 + 2X_4$

Subject to $4 + 5X_2 + X_3 + 3X_4 \leqq 6$ $X_i=(0, 1)$ $i = 2,\cdots,4$

⇩

(U')

Max $5 + X_3 + 2X_4$

Subject to $4 + X_3 + 3X_4 \leqq 6$ $X_i=(0, 1)$ $i = 3,4$

P(φ,{1,2}) :(X_1=1, X_2=1 とおくことを意味する)

Max $5 + 6X_2 + X_3 + 2X_4$

Subject to $4 + 5X_2 + X_3 + 3X_4 \leqq 6$ $X_i=(0, 1)$ $i = 2,\cdots,4$

⇩

(R')

Max $5 + 6 + X_3 + 2X_4$

Subject to $4 + 5 + X_3 + 3X_4 \leqq 6$ $X_i=(0, 1)$ $i = 3,4$

●分枝限定法の手順（5"）部分問題の実数最適解を求める

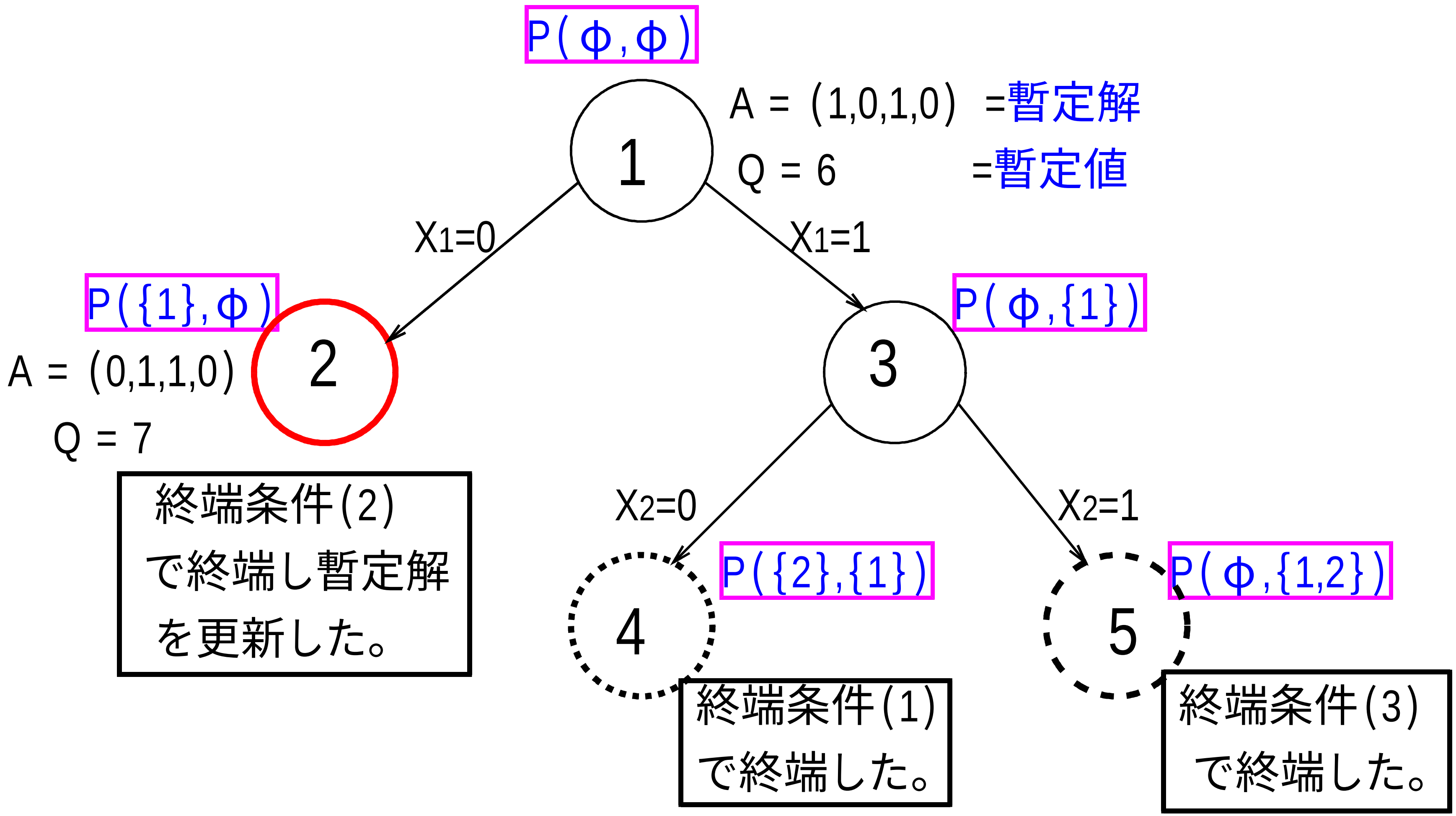
・部分問題 P({2},{1})の緩和問題(U')から実数最適解を求めると(1,1/3)
  ・(1,1/3)に対する目的関数値は 20/3 となり、暫定値 7 より小さい。
  ・従って、終端条件(1)より部分問題 P({2},{1})は最適解を与えない。
  ・従って、終端できる。

・部分問題 P(φ,{1, 2})の緩和問題(R')は明らかに実行可能解を持たない。
  ・従って、終端条件(3)より、ただちに終端できる。

●分枝限定法の手順（9）部分問題が全て終端し、チェックすべき部分問題が無い

・原問題から派生した部分問題が全て終端した。
・従って、このときの暫定解(0,1,1,0)と暫定解 7 が最適解である。

●分枝限定法の探索木


P(φ,φ)
1
A = (1,0,1,0) =暫定解
Q = 6 =暫定値
X1=0
X1=1
P({1},φ)
2
A = (0,1,1,0)
Q = 7
終端条件(2)
で終端し暫定解
を更新した。
P(φ,{1})
3
X2=0
X2=1
P({2},{1})
4
終端条件(1)
で終端した。
P(φ,{1,2})
5
終端条件(3)
で終端した。