

Max-Log-MAP アルゴリズムにおける Log Likelihood Ratio の信頼性に関する一検討

宮野 智法[†] 鄭 志安[†] 和田 知久[†]

[†] 琉球大学工学部情報工学科 〒 903-0213 沖縄県中頭郡西原町千原 1 番地
E-mail: †{tomo, zheng}@lsi.ie.u-ryukyu.ac.jp, †wada@ie.u-ryukyu.ac.jp

あらまし 日本の地上波デジタル放送サービス (ISDB-T) 規格では、外符号にリードソロモン符号、内符号に畳み込み符号が用いられている。これらの復号法として軟判定復号法を利用し、内符号の復号法に Max-Log-MAP アルゴリズム、外符号の復号法に APC-SD アルゴリズムを用いることが 2008 年に報告されている。本稿では、これらの更なる改善点として Max-Log-MAP アルゴリズムの信頼性に着目した。ISDB-T の畳み込み符号に対して Max-Log-MAP アルゴリズムを適用し、シミュレーションにより出力した Log Likelihood Ratio の分布と代表値を解析することで信頼性の検討を行った。

キーワード Max-Log-MAP アルゴリズム, 畳み込み符号, 対数尤度比, ISDB-T

Study on Reliability of Log Likelihood Ratio in Max-Log-MAP Algorithm

Tomonori MIYANO[†], Zhian ZHENG[†], and Tomohisa WADA[†]

[†] Department of Information Engineering, University of the Ryukyus
Senbaru 1, Nishihara, Okinawa, 903-0213 Japan

E-mail: †{tomo, zheng}@lsi.ie.u-ryukyu.ac.jp, †wada@ie.u-ryukyu.ac.jp

Abstract Reed-Solomon code as outer code and Convolutional code as inner code is used by the digital terrestrial broadcasting standard of Japan (ISDB-T). Using Soft Decision Decoding as these decoder, Max-Log-MAP Algorithm as decoder of inner code and APC-SD Algorithm as decoder of outer code is proposed in 2008. In this paper, it focused on reliability of Max-Log-MAP Algorithm. To Convolutional code of ISDB-T, it applied Max-Log-MAP Algorithm and studied on reliability by analysis simulated distribution and representative values of Log Likelihood Ratio.

Key words Max-Log-MAP Algorithm, Convolutional Code, Log Likelihood Ratio, ISDB-T

1. ま え が き

近年、デジタルテレビや携帯電話などのデジタル無線通信が広く普及している。こうしたデジタル無線通信を支える技術の一つに、誤り訂正符号があげられる。誤り訂正符号は情報の送受信の際に、ノイズによって影響を受けた情報の誤りを訂正する技術である。この技術により、音声や画像などの情報を正しく送受信することができる。日本の地上波デジタル放送サービス (ISDB-T) 規格では、外符号にリードソロモン符号、内符号に畳み込み符号が用いられている。これらの復号法として軟判定復号法を利用し、内符号の復号法に Max-Log-MAP アルゴリズム [1]、外符号の復号法に APC-SD アルゴリズム [2] を用いて、0.3~0.4dB の改善が行われたことが 2008 年に報

告された [3]。Max-Log-MAP アルゴリズムは、MAP アルゴリズム [4] で使われる確率の対数を取り、近似を行うことで計算量の削減を行ったものであり、対数尤度比 (Log Likelihood Ratio:LLR) と呼ばれる 0 または 1 にどれだけ近いのかを表した値を出力する。APC-SD アルゴリズムは、LLR のソートを行い、低い部分を訂正していくアルゴリズムである。このアルゴリズムの更なる改善点として、LLR の信頼性に着目した。例えば、LLR の低い部分が正しい値で高い部分が誤っている場合、LLR の信頼性は低いと言える。今回、ISDB-T の畳み込み符号と Max-Log-MAP アルゴリズムをシミュレートし、統計的手法を用いて Max-Log-MAP アルゴリズムが出力する LLR の信頼性の検討を行う。

本稿では、第 2 節にて ISDB-T 規格における符号化および

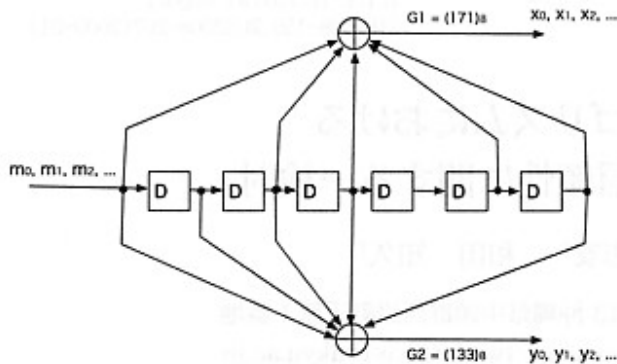


図1 拘束長7の畳み込み符号

変調について説明する。第3節では受信機における復調およびMax-Log-MAP アルゴリズムについて示す。第4節にてシミュレーション結果とその評価を行い、第5節でまとめを行う。

2. ISDB-T 規格における送信システム

2.1 畳み込み符号

ISDB-T の内符号では、図1のような拘束長=7、状態数=64、符号化率=1/2の畳み込み符号化器が用いられている。また、通信状態が良好な場合はパンクチャー化を行うことにより、符号化率を1/2, 2/3, 3/4, 5/6, 7/8に変えて、より多くの情報を送ることができる。

2.2 キャリア変調

ISDB-T のキャリア変調では、DQPSK, QPSK, 16QAM, 64QAM が用いられる。また、QPSK, 16QAM, 64QAM は、複素平面の隣接する座標の情報ビットが1ビットしか異ならないように、グレイ符号化を行う。以下に、その導出方法を示す。

(1) キャリア変調方式を $2^{2n}QAM (n = 1, 2, 3)$ とおく。ただし、 $n = 1$ ならば QPSK とする。

(2) 入力信号を 2^{2n} ビット/シンボルとすると、情報ビット $(b_0, b_1, \dots, b_{2n-1})$ を $(b_0, b_2, \dots, b_{2n-2})$ と $(b_1, b_3, \dots, b_{2n-1})$ に分割する。

(3) 式(1),(2)より、分割した情報ビットをI相またはQ相のシンボルとして変換する。

$$d_I = \sum_n^{j=1} b_{2j-2} \times 2^{n-j} \quad (1)$$

$$d_Q = \sum_n^{j=1} b_{2j-1} \times 2^{n-j} \quad (2)$$

(4) 表1より、対応するI相またはQ相の振幅レベルを求める。

ISDB-T 規格によって変調した QPSK, 16QAM, 64QAM をそれぞれ図2, 3, 4に示す。

d_I or d_Q	0	1	2	3	4	5	6	7
QPSK の振幅レベル	+1	-1						
16QAM の振幅レベル	+3	+1	-3	-1				
64QAM の振幅レベル	+7	+5	+1	+3	-7	-5	-1	-3

表1 マッピング表

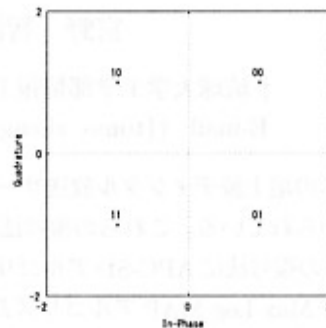


図2 QPSK

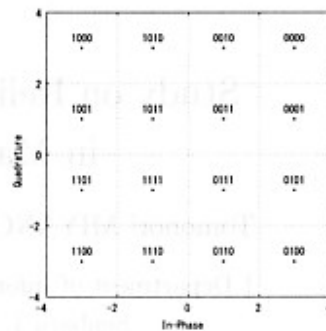


図3 16QAM

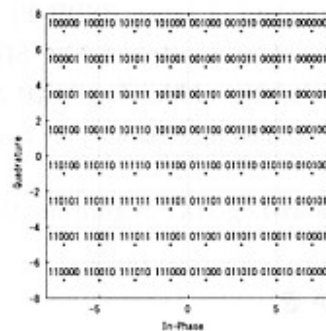


図4 64QAM

3. ISDB-T 規格に対応した受信システム

情報ビットが0または1であることを硬判定情報といい、情報ビットが0または1にどれだけ近いかを表した度合を軟判定情報と言う。Max-Log-MAP アルゴリズムの場合、軟入力軟出力 (Soft Input Soft Output : SISO) のアルゴリズムである。そのため、復調部において軟判定情報を出力しなければならない。ここでは、ISDB-T 規格に対応した復調部と Max-Log-MAP ア

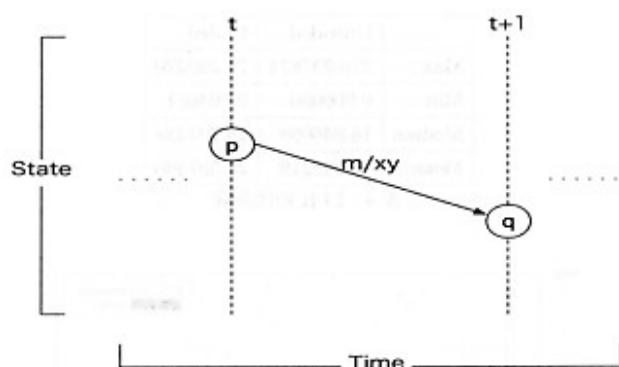


図5 トレリス線図

ルゴリズムについて示す。

3.1 軟判定復調

軟判定情報として、対数尤度比 (Log Likelihood Ratio: LLR) と呼ばれる値が使われる。LLR は、条件付き確率を用いて式 (3) のように定義される。

$$LLR(b|r_I \text{ or } r_Q) = \log \frac{P(b=0|r_I \text{ or } r_Q)}{P(b=1|r_I \text{ or } r_Q)} \quad (3)$$

ここで、 b は送信ビット、 r_I または r_Q は、受信した複素座標シンボルの I 相または Q 相の振幅を表している。LLR が正の場合 b は 0 である確率が高く、逆に b は 1 である確率が高いと考えられる。また、LLR の絶対値が高ければ高いほど、その確率も高くなると考えられる。逆に LLR の絶対値が低いと、0 なのか 1 なのか判断しにくいと考えられる。複素座標シンボルの I 相と Q 相は直行しているため、それぞれ独立しているとみなすことができる。そのため、別々に LLR を求めることができる。この式をベイズの定理、正規化を行うことで式 (4) が導出される。

$$LLR(b|r_I) = \log \frac{\sum_{S_I \in (b=0)} \exp \left[-\frac{(r_I - S_I)^2}{2\sigma_I^2} \right]}{\sum_{S_I \in (b=1)} \exp \left[-\frac{(r_I - S_I)^2}{2\sigma_I^2} \right]} \quad (4)$$

上記は、I 相の場合の式の導出であり、Q 相の場合も同様に求めることができる。ここで、 S_I は、表 1 の振幅レベルを表し、 σ_I^2 は複素座標の I 相における雑音電力である。このとき求めた LLR を、Max-Log-MAP アルゴリズムの入力値とする。

3.2 MAP アルゴリズム

Max-Log-MAP アルゴリズムについて説明する前に、MAP アルゴリズムについて説明する。図 1 のような拘束長 7 の畳み込み符号では、シフトレジスタが 6 個ある。このシフトレジスタが保持する情報ビットの組み合わせは、 $(000000)_2 \sim (111111)_2$ の 64 通りある。このシフトレジスタが保持する情報ビットは、入力する情報ビットによって遷移していく。これを表した図をトレリス線図という。トレリス線図の一部を表した図を、図 5 に示す。

State は 64 通りあり、Time は送信する情報ビットの長さで

あると考えることができる。 m は、図 1 における入力ビットであり、 x と y は出力ビットである。畳み込み符号の復号法では、出力 x と y からブランチメトリックと呼ばれる評価値を求め、最も正しいパスを探索し、LLR を出力する。MAP アルゴリズムでは、式 (5) より LLR を求める。

$$LLR = \ln \frac{\sum_{(p,q) \in S_0} \alpha_t(p) \gamma_t(p,q) \beta_{t+1}(q)}{\sum_{(p,q) \in S_1} \alpha_t(p) \gamma_t(p,q) \beta_{t+1}(q)} \quad (5)$$

ここで、 $\alpha_t(p)$ は初期状態から状態 p までのパスの確率で、 $\beta_{t+1}(q)$ は最終状態から状態 q までのパスの確率を表す。 $\gamma_t(p,q)$ は、状態 p から q までのブランチメトリックである。

3.3 Max-Log-MAP アルゴリズム

Max-Log-MAP アルゴリズムは、MAP アルゴリズムの近似式によって計算量を削減している。まず、3つの確率の対数をとったものを式 (6) のように表す。

$$\begin{aligned} A_t(p) &= \ln(\alpha_t(p)) \\ B_{t+1}(q) &= \ln(\beta_{t+1}(q)) \\ \Gamma_t(p,q) &= \ln(\gamma_t(p,q)) \end{aligned} \quad (6)$$

式 (5) は、式 (6) を用いて以下のようにになる。

$$\begin{aligned} LLR &\approx \max_{(p,q) \in S_0} (A_t(p) + \Gamma_t(p,q) + B_{t+1}(q)) \\ &\quad - \max_{(p,q) \in S_1} (A_t(p) + \Gamma_t(p,q) + B_{t+1}(q)) \end{aligned} \quad (7)$$

Max-Log-MAP アルゴリズムは、復調時に求めた LLR からさらに LLR を求める。ここで、復調時に求めた LLR を $LLR_x(b_i|r)$, $LLR_y(b_i|r)$ とおくと、 $\Gamma_t(p,q)$ は式 (8) のようになる。

$$\Gamma_t(p,q) = LLR_x(b_i|r)X_t + LLR_y(b_i|r)Y_t \quad (8)$$

ここで、 X_t, Y_t は、図 1 にて、出力される x_t, y_t を変調したシンボルである。ここでいう変調とは、0 なら +1、1 なら -1 にすることである。つまり、復調することにより求めた 2 つの相関を求め、入力された情報ビットが 0 または 1 にどれだけ近いのかを表している。 $\Gamma_t(p,q)$ を求めたことにより、 A, B を漸近的に式 (9),(10) のように求めることができる。

$$A_{t+1}(q) = \max_{p \in (0,1, \dots, State-1)} (A_t(p) + \Gamma_t(p,q)) \quad (9)$$

$$B_t(p) = \max_{q \in (0,1, \dots, State-1)} (\Gamma_t(p,q) + B_{t+1}(q)) \quad (10)$$

4. シミュレーション評価

第 2 節、第 3 節にて示したことをシミュレートし、Max-Log-MAP アルゴリズムが出力する LLR の信頼性について検討する。信頼性の検討方法としては、誤り訂正を行わない状態で復

データ数	2,560,000 bit
伝送路モデル	AWGN
キャリア変調方式	64QAM
符号化率	1/2

表2 シミュレーション条件

	Uncoded	Coded
Eb/No	14.76	7.56
Error	2578bit	2575bit
BER	0.001007(10^{-3})	0.001006(10^{-3})

表3 BERが同じ条件

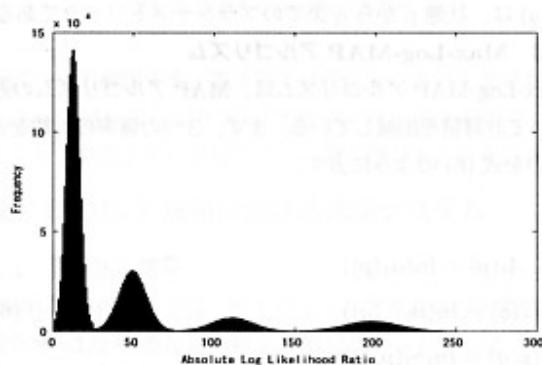


図6 LLRのヒストグラム(符号化なし)

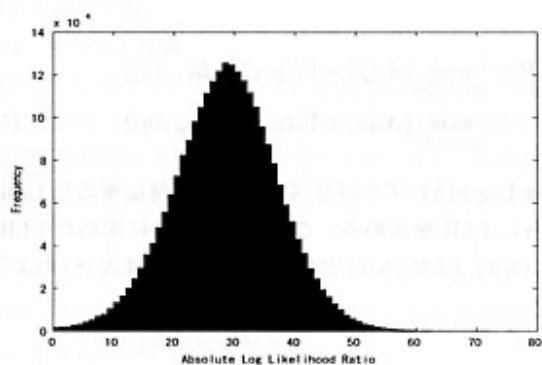


図7 LLRのヒストグラム(符号化あり)

調時に出力した LLR と Max-Log-MAP アルゴリズムの出力する LLR を比較することで、どの程度変化があるのかを解析する。

4.1 シミュレーション条件

シミュレーション条件は表2のようになる。今回、遅延波及びパングチャード化は考慮しておらず、キャリア変調方式は64QAMで行うことにした。また、同条件で比較できるように BER(Bit Error Rate) が同じになるように Eb/No を調整した。それを表3に示す。BERが 10^{-3} になるようにしていることがわかる。

4.2 シミュレーション結果

出力したすべての LLR のヒストグラムを図6、7に示す。これらの図より、符号化なしの状態では出力する LLR と Max-Log-MAP アルゴリズムが出力する LLR の分布にかなりの違いがあることがわかる。符号化ありの LLR は正規分布となってい

	Uncoded	Coded
Max	276.737674	75.290270
Min	0.000060	0.004661
Median	16.846098	28.704288
Mean	45.249219	28.591466

表4 LLRの代表値

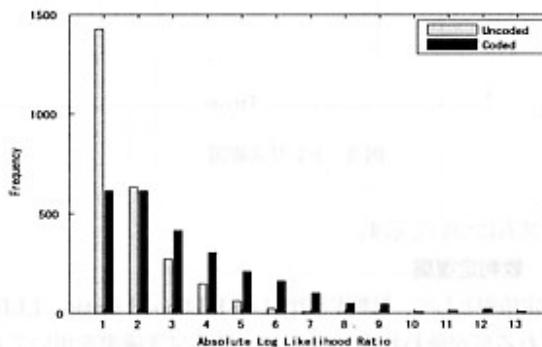


図8 エラーの起きた LLR のヒストグラム

るが、符号化なしでの LLR は正規分布がだんだん小さくなっているような図となっている。また、この LLR の代表値を表4に示す。表と図より、分布の広さ、偏り、全体的な大きさがわかる。

次にエラーの起きた LLR だけを抽出し、そのヒストグラムと代表値を図8、表5に示す。図の左側のバーが符号化なし、右側のバーが符号化ありのヒストグラムである。エラーの起きた LLR は、絶対値が低いことが望ましいと考えられるので、左側に偏ったヒストグラムが理想であると考えられる。Max-Log-MAP アルゴリズムによって出力された LLR は、符号化なしの LLR と比較すると全体的に高い。これは LLR の平均値からみても言える。よって、信頼性が低くなっていると考えられる。さらに、エラーの起きた LLR の代表値及び割合を図9に示す。LLR が1以下の割合は、符号化なしにおいて半分を占めているのに対し、符号化ありでは4分の1を占めていることがわかる。おなじ BER でも LLR の割合が異なる。また、図10に LLR のヒストグラムの階級ごとの BER を示す。全体的な BER は同じでも、Max-Log-MAP アルゴリズムの LLR が符号化なしと比べてそれぞれの BER が高くなっていることがわかる。

5. あとがき

本稿では、ISDB-T の畳み込み符号に対する Max-Log-MAP 復号アルゴリズムの信頼性に関する検討方法として、シミュレーションによって LLR の分布や代表値を、符号化なしと比較することにより、どれぐらい LLR の信頼性が低くなっているかを確認できた。符号化なしの LLR の分布や、LLR ごとの BER に近いアルゴリズムがあれば信頼性が向上し、文献[3]で報告された手法の性能をさらに上げることができると思われる。よって、今後の課題として、以下に信頼性の向上を行い、文献[3]の手法のパフォーマンスを向上させることが考えられる。

	Uncoded	Coded
Max	8.156339	12.870039
Min	0.000060	0.004827
Median	0.00860264	2.176518
Mean	1.224373	2.761013

表 5 Error の起きた LLR の代表値

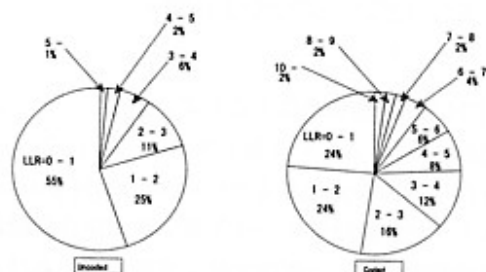


図 9 エラーの起きた LLR の割合

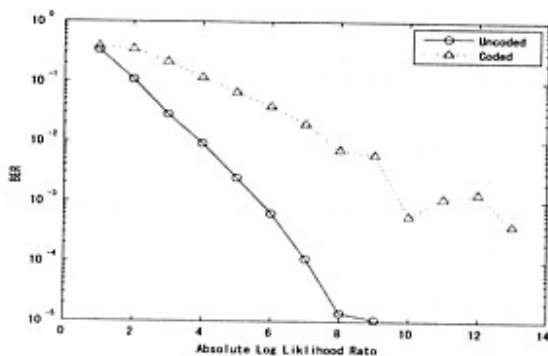


図 10 LLR ごとの BER

文 献

- [1] P.Robertson, E.Villebrun, and P.Hoeher, "A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms operating in the log domain," in Proc. ICC'95, Seattle, WA, pp.1009-1013, June 1995
- [2] Jing Jiang, Krishna R.Narayanan, "Iterative Soft-Input-Soft-Output Decoding of Reed-Solomon Codes by Adapting the Parity Check Matrix," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.52, no.8, pp.3746-3756, Aug. 2006
- [3] Zhian ZHENG, Tomonori MIYANO, and Tomohisa WADA, "Full Soft-Decision Decoding Concatenated Convolutional Inner Code and Reed-Solomon Outer Code," 信学技報, vol.108, no.358, RCS2008-164, pp.79-84, 2008年12月.
- [4] L.R.Bahl, J.Cocke, F.Jelinek, and J.Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.IT-20, pp.284-287, Mar. 1974