

# OFDM入門

---

琉球大学 工学部 情報工学科

和田 知久

wada@ie.u-ryukyu.ac.jp

# OFDMとは

- OFDM  
=Orthogonal Frequency Division Multiplexing  
(直交周波数分割多重)
- 多数の直交するキャリア信号を多重化する  
デジタル変調
  - \* 直交するキャリアとは何か？
  - \* 多重化するデジタル変調とは何か？
  - \* どういうメリットがあるの？
  - \* アプリケーションは？

# アウトライン

- 背景、歴史、アプリケーション
- デジタル変調の復習
- FDMAとマルチキャリア変調
- OFDMの原理
- マルチパス
- まとめ

# *OFDMは何故注目されている？*

- *BIGなデジタル通信アプリケーションに採用*
  - *日本・欧州の地上波デジタルTV放送*
  - *ADSL等の超高速MODEM*
  - *IEEE 802.11 wireless LAN*
- *微細化の進展でLSI化が可能*

# 日本の地上波デジタル放送

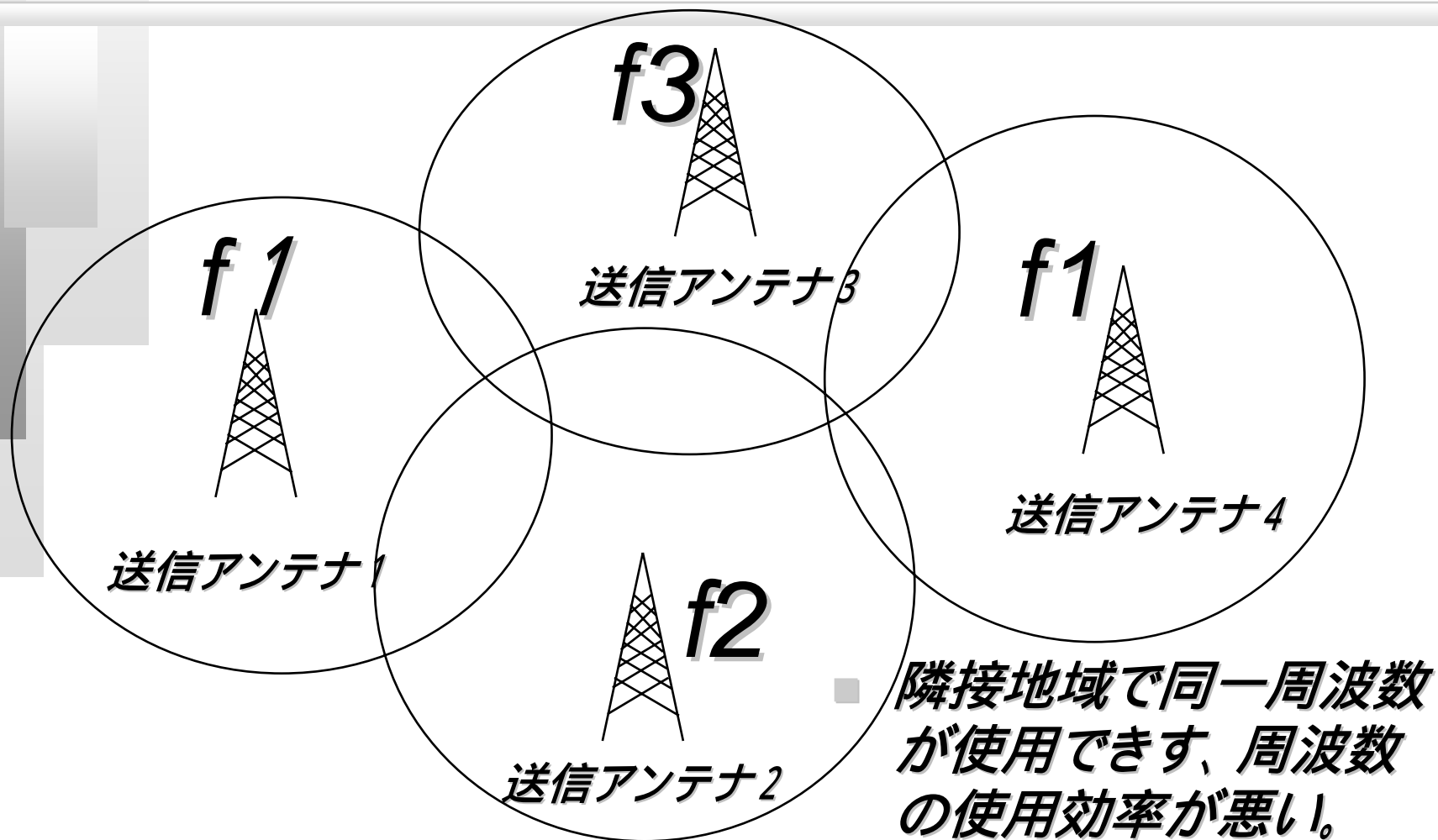
- 米国/欧州にやや遅れているが、2003年からのサービス開始目標に方式策定/実証実験が現在行われている。
- MPEG2と組み合わせられ、現状の1チャンネル帯域にHDTV 1チャンネル、SDTVなら2チャンネルの放送が可能。
- その他のセグメントをオーディオやデータ放送に活用できる。
- 米国のアナログ放送廃止は2006年の予定。

# 現行テレビ放送 (VHF) の問題 (1)

チャンネル	周波数 (MHz)
1	90 - 96
2	96 - 102
3	102 - 108
4	170 - 176
5	176 - 182
6	182 - 188
7	188 - 194
8	192 - 198
9	198 - 204
10	204 - 210
11	210 - 216
12	216 - 222

- 隣接チャンネル間で干渉が発生。(現行TVは占有帯域幅が大きい)
- 同一電波を時間差ありで受信するとゴーストが発生する。
- 以上の問題をデジタル化解決する。

# 現行テレビ放送(VHF)の問題 (2)



# OFDMの歴史

- **最初の提案は1950年代**
- **1960年代には理論的に完成**
- **1970年代にDFTを適用した実装が提案**
- **1987年にデジタル音声方法へ採用(欧州)**
- **最近になって**
  - **デジタル地上波TV放送(欧州、日本)**
  - **ADSL**



# デジタル変調の復習(1)

■ 異なったデジタル情報の各々に対して、異なる信号波形を割り当てて伝送する。

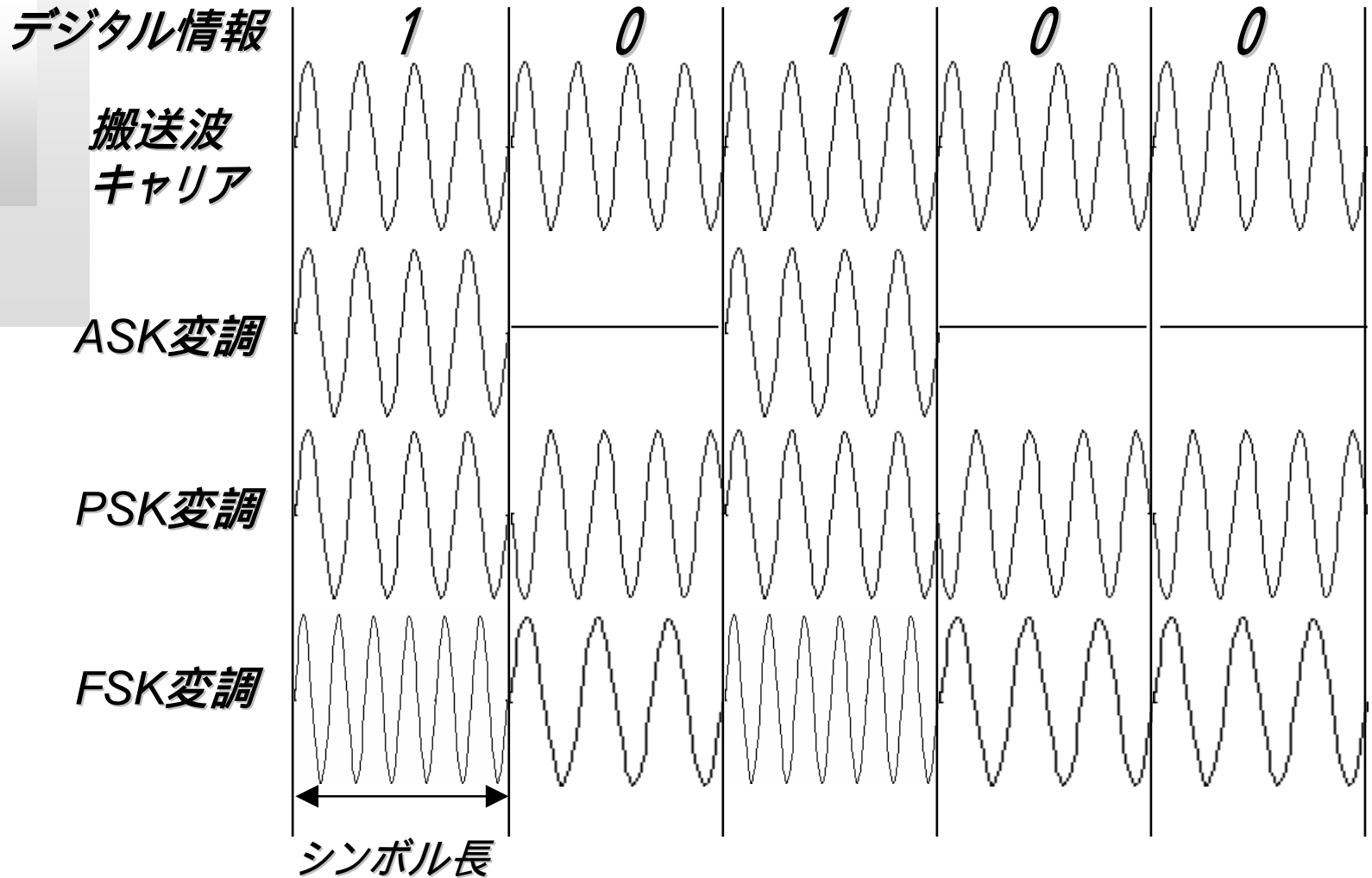
■ 現実的には正弦波を基準として、正弦波のパラメータをデジタル変調する。

$$s(t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f_c \cdot t + \theta_k)$$

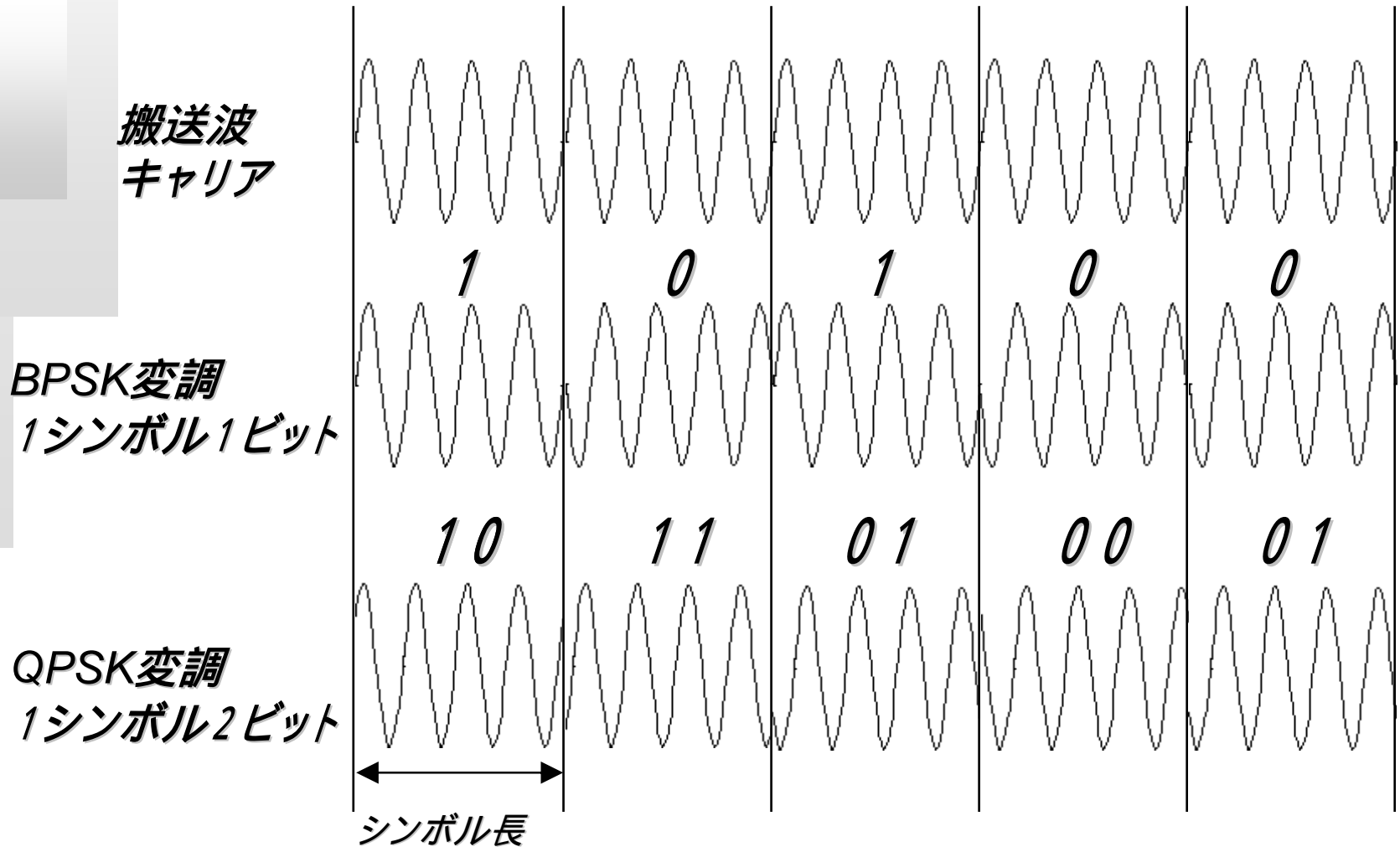
ー振幅シフトキーイング	ASK
ー位相シフトキーイング	PSK
ー周波数シフトキーイング	FSK

OFDMではASKとPSKを基本とした変調を用いる。

# デジタル変調の復習(2)



# 多値変調



# デジタル変調の表現方法

- 例として以下の多値PSKを考える。

$$s(t) = \cos(2\pi \cdot f_c \cdot t + \theta_k)$$

$$= \cos \theta_k \cdot \cos(2\pi \cdot f_c \cdot t) - \sin \theta_k \cdot \sin(2\pi \cdot f_c \cdot t)$$

$$a_k = \cos \theta_k, \quad b_k = \sin \theta_k \text{ とすると、}$$

$$s(t) = \text{Re}[(a_k + jb_k)e^{j2\pi f_c t}]$$

- 送信信号 $s(t)$ は複素信号  $(a_k + jb_k)e^{j2\pi f_c t}$  で表せれる。

$$e^{j2\pi f_c t} \quad : \text{搬送波(キャリア)成分}$$

$$(a_k + jb_k) \quad : \text{デジタル変調成分}$$

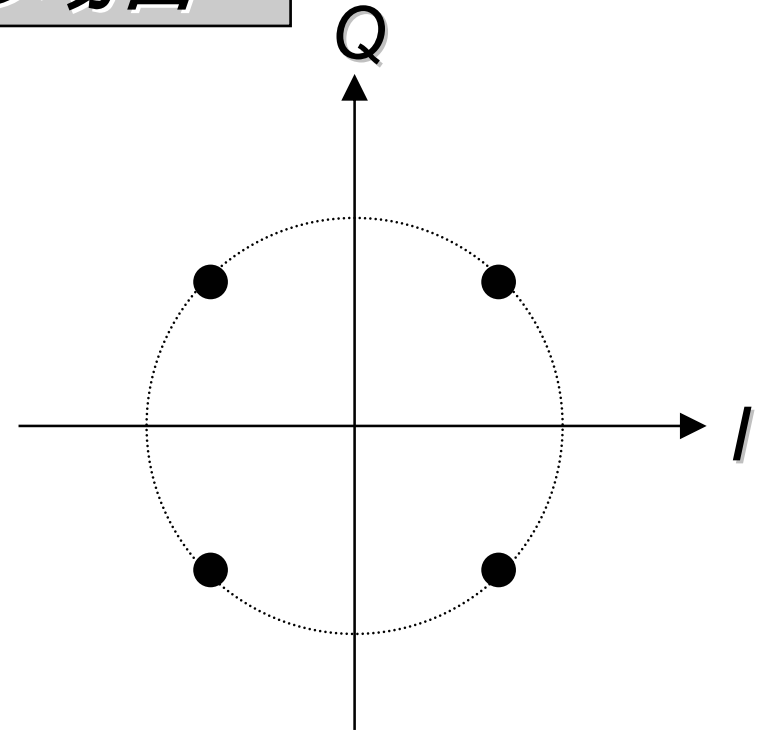
デジタル変調は複素数で表すことができる。

# コンステレーション・マップ

■  $(a_k + jb_k)$  を複素平面にプロットしたものの

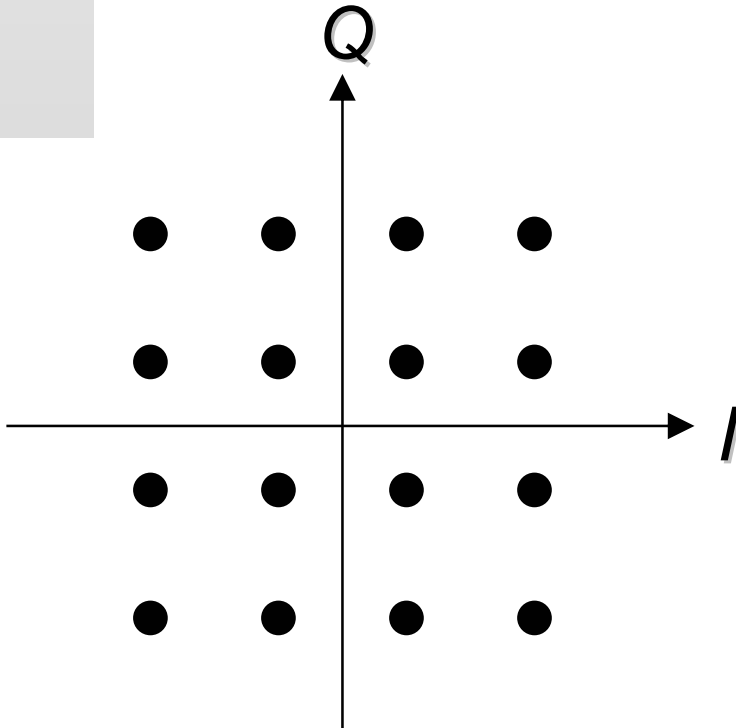
## QPSKの場合

データ	$k$	$a_k$	$b_k$
00	1/4	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
01	3/4	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
11	5/4	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
10	7/4	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$

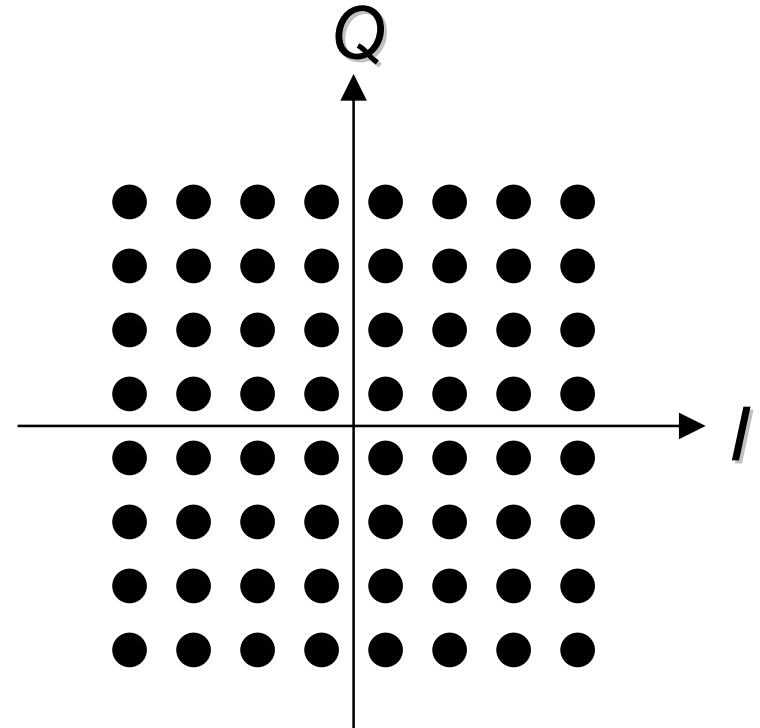


# Quadrature Amplitude Modulation(QAM)

16QAM



64QAM



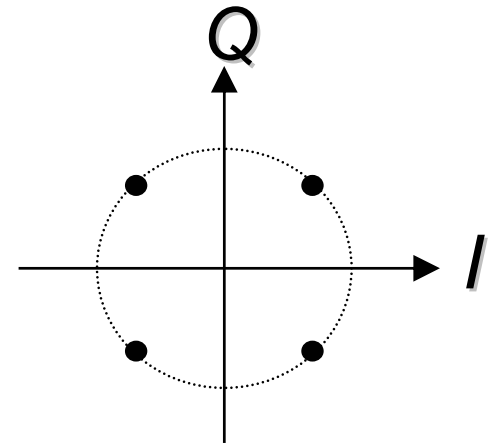
# デジタル変調の復習のまとめ

- デジタル変調にはASK, PSK, FSK, QAM等あり。
- OFDMではASK, PSK, QAM等が使用される。
- デジタル変調は複素送信信号の複素係数

$$(a_k + jb_k)$$

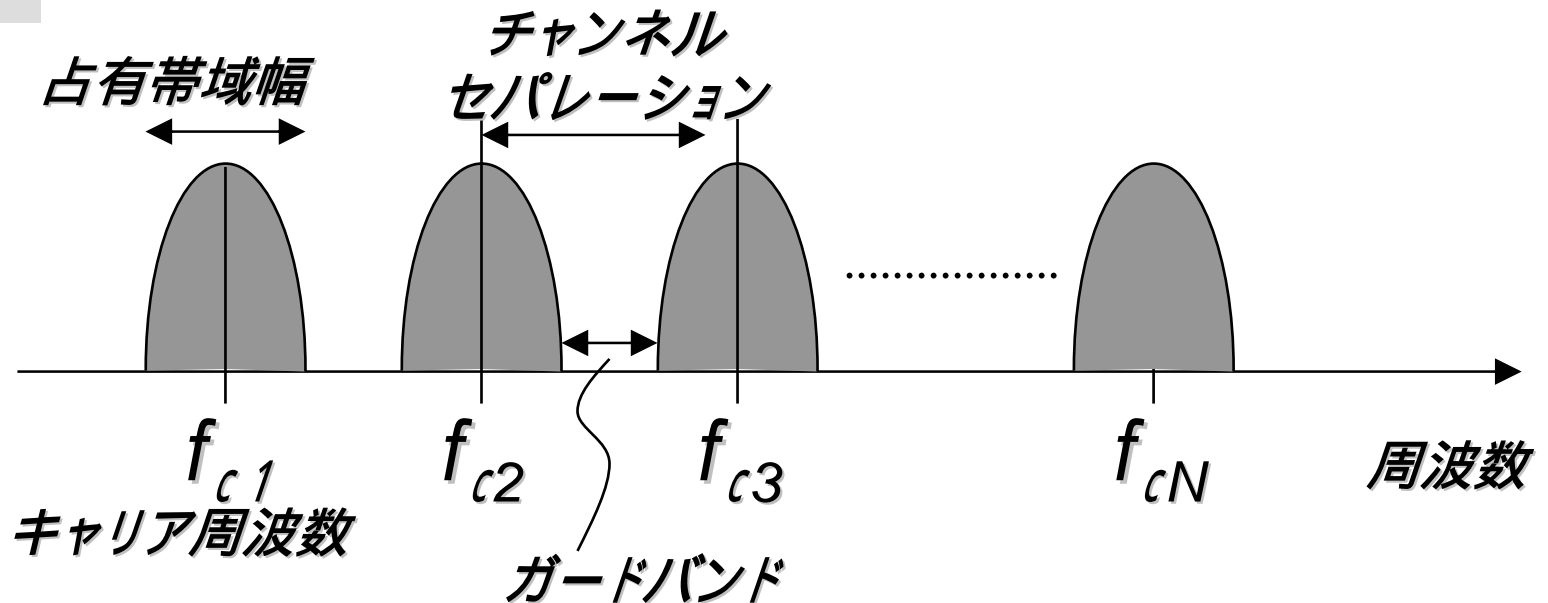
で表される。

- これを複素平面にプロットすると  
コンステレーションマップとなる。



# 周波数分割多重 (FDMA)

変調の際にキャリア周波数を通信ごとに変えることで、周波数軸上で異なる通信を同時に行う方法。  
(古くから用いられている方法、TV等)





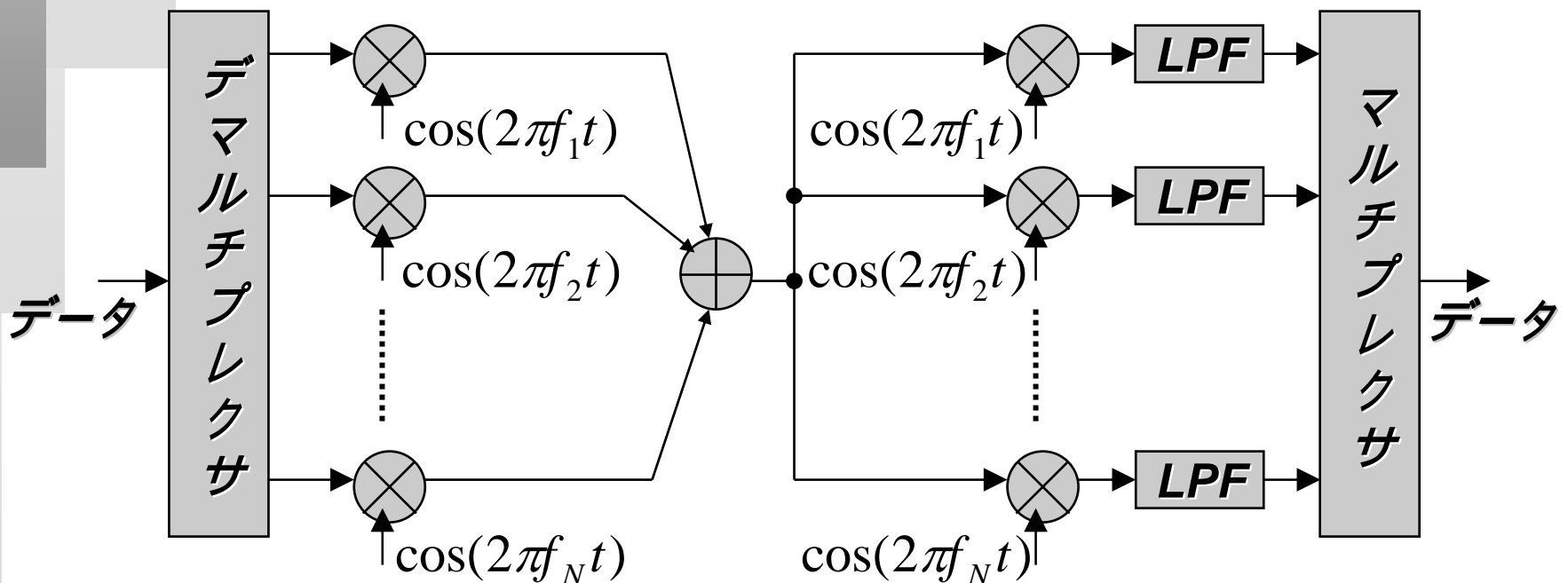
# 現行テレビ放送 (VHF) の場合

チャンネル	周波数 (MHz)
1	90 - 96
2	96 - 102
3	102 - 108
4	170 - 176
5	176 - 182
6	182 - 188
7	188 - 194
8	192 - 198
9	198 - 204
10	204 - 210
11	210 - 216
12	216 - 222

- チャンネルセパレーションは6MHz
- 隣接チャンネルに干渉。

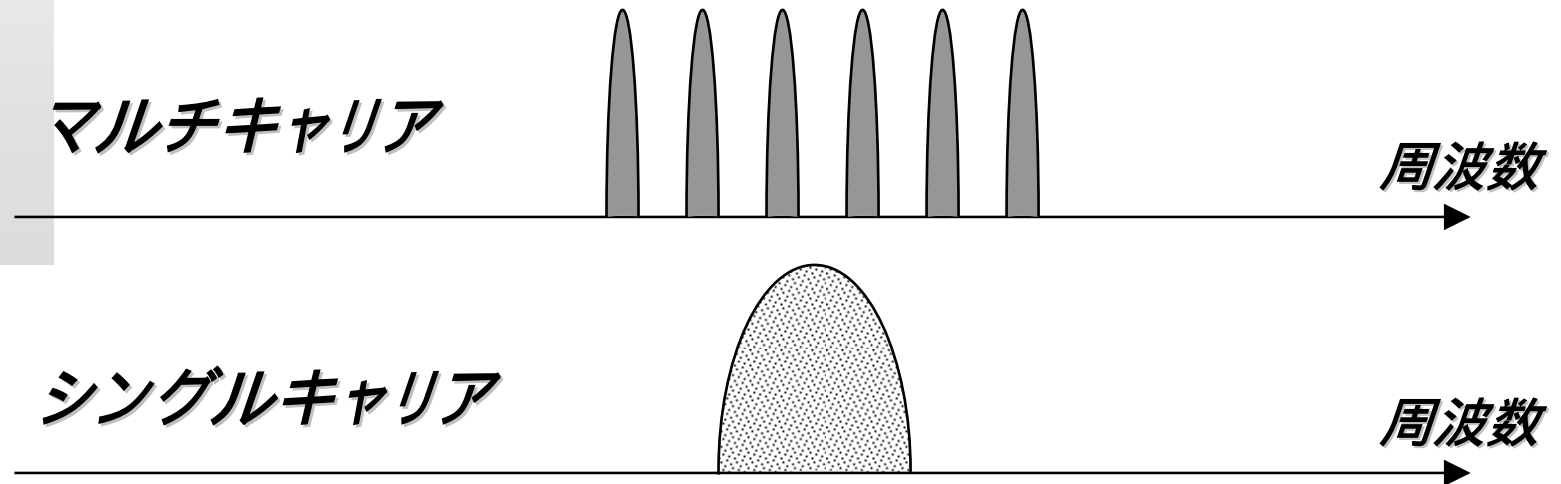
# マルチキャリア変調

- 1つのデータを複数のキャリアに分散させて変調する。



# マルチキャリアの周波数スペクトル

同じデータを送信した場合の比較



- マルチキャリアでは占有周波数幅はシングルと同じであるが、ガードバンドのための占有幅が大きくなる。
- スペクトルを重ねながら、キャリアを分離する方式がOFDMである。

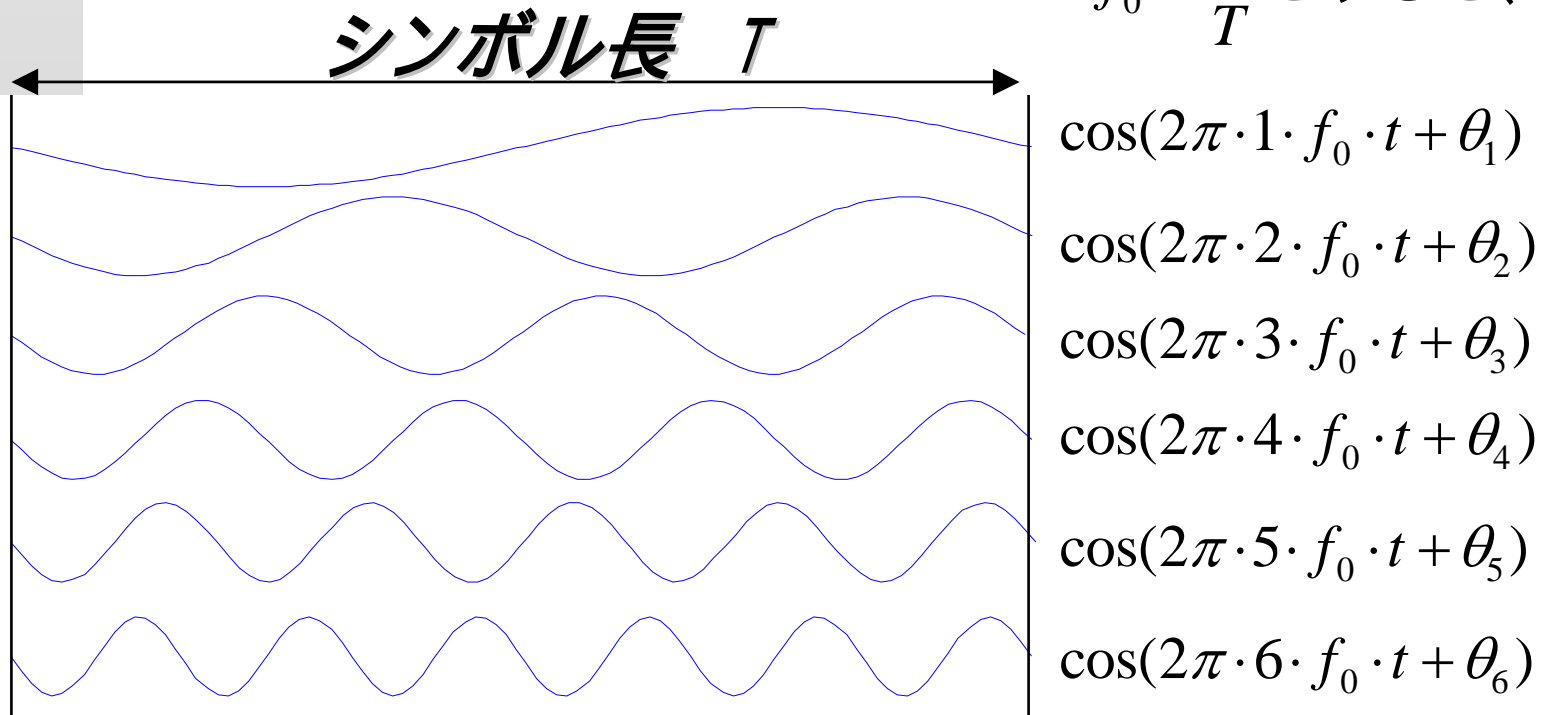
# ここまでをまとめると

- OFDMはマルチキャリア変調のスペクトルをオーバーラップさせる方式。
- オーバーラップしても分離できるように、各キャリアに直交な関係を持たせる。  
(直交に関してはこれから説明する。)
- 各々のキャリアはPSK,ASK,QAM等でデジタル変調される。
- しつこいが、デジタル変調とは正弦波のパラメータをデジタル値により変える変調。

# OFDMの各キャリア

- シンボル長 $T$ 区間で整数周期数の正弦波を考えると、周波数 $nf_0$ の正弦波ができ、これがOFDMのキャリアとなる。

$$f_0 = \frac{1}{T} \text{ とすると、}$$



# 正弦波の直交関係

- $m, n$  は整数、 $T=1/f_0$  の元で、以下のように正弦波の直交関係が成立する。

$$\int_0^T \cos(2\pi m f_0 t) \cdot \cos(2\pi n f_0 t) dt = \begin{cases} \frac{T}{2} & (m = n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases}$$

$$\int_0^T \sin(2\pi m f_0 t) \cdot \sin(2\pi n f_0 t) dt = \begin{cases} \frac{T}{2} & (m = n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases}$$

$$\int_0^T \cos(2\pi m f_0 t) \cdot \sin(2\pi n f_0 t) dt = 0$$

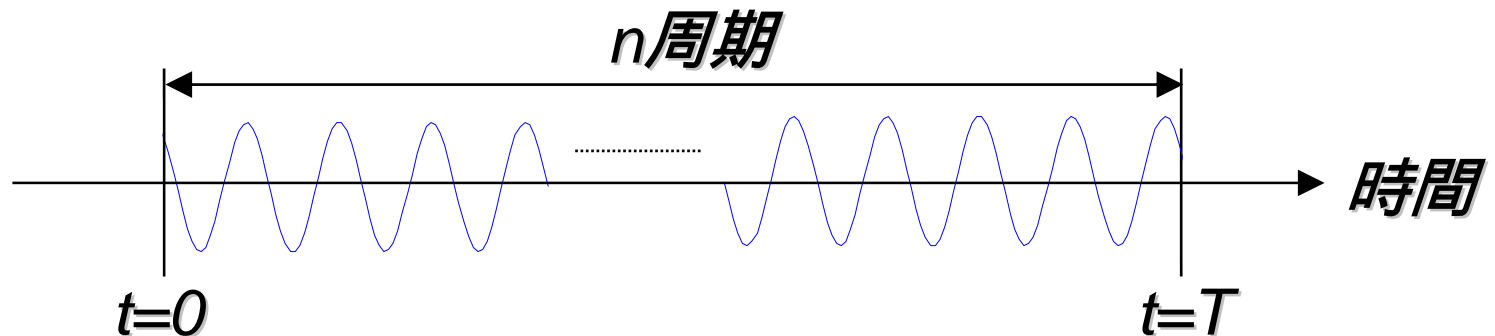
# OFDM 信号の基本波形

■ キャリア周波数  $nf_0$ 、シンボル長  $T=1/f_0$  の OFDM の基本構成要素は、

$$a_n \cdot \cos(2\pi nf_0 t) - b_n \cdot \sin(2\pi nf_0 t)$$

$$= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos(2\pi nf_0 t + \phi_n), \quad \phi_n = \tan^{-1} \frac{b_n}{a_n}$$

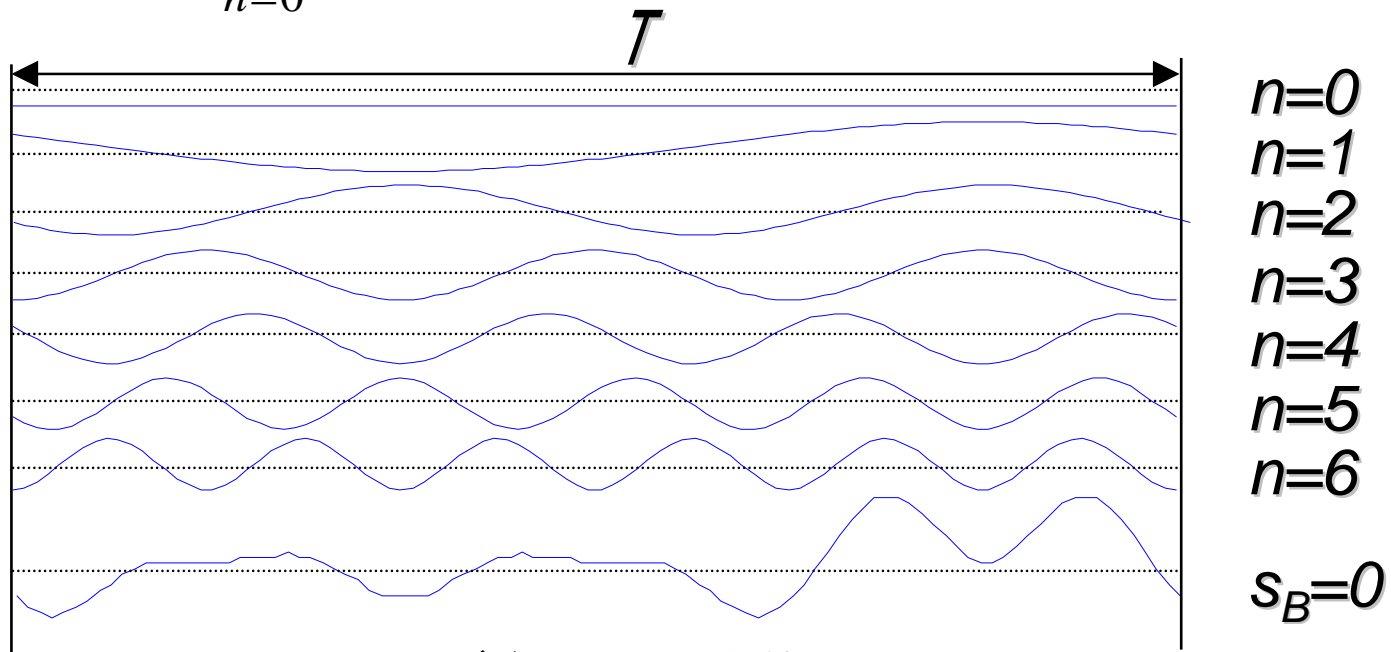
■ 振幅および位相はデータにより変調される。



# ベースバンドOFDM信号

基本要素の $n$ の値を変えて、同じタイミングで $N$ 個加えたものがベースバンドOFDM信号となる。

$$s_B(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \{a_n \cos(2\pi n f_0 t) - b_n \sin(2\pi n f_0 t)\}$$





# $s_B(t)$ からシンボル情報 $a_n, b_n$ を得る

$$\begin{aligned} & \int_0^T s_B(t) \cdot \cos(2\pi k f_0 t) dt \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ a_n \int_0^T \cos(2\pi n f_0 t) \cos(2\pi k f_0 t) dt - b_n \int_0^T \sin(2\pi n f_0 t) \cos(2\pi k f_0 t) dt \right\} \\ &= \frac{T}{2} a_k \end{aligned}$$

$$\int_0^T s_B(t) \{-\sin(2\pi k f_0 t)\} dt = \frac{T}{2} b_k$$

- 以上のように正弦波の直交性で  $a_n, b_n$  を得ることができる。
- 実際には DFT を用いて効率的に計算する。
- $N$  は LAN などでは  $\sim 64$ 、TV 放送では数千

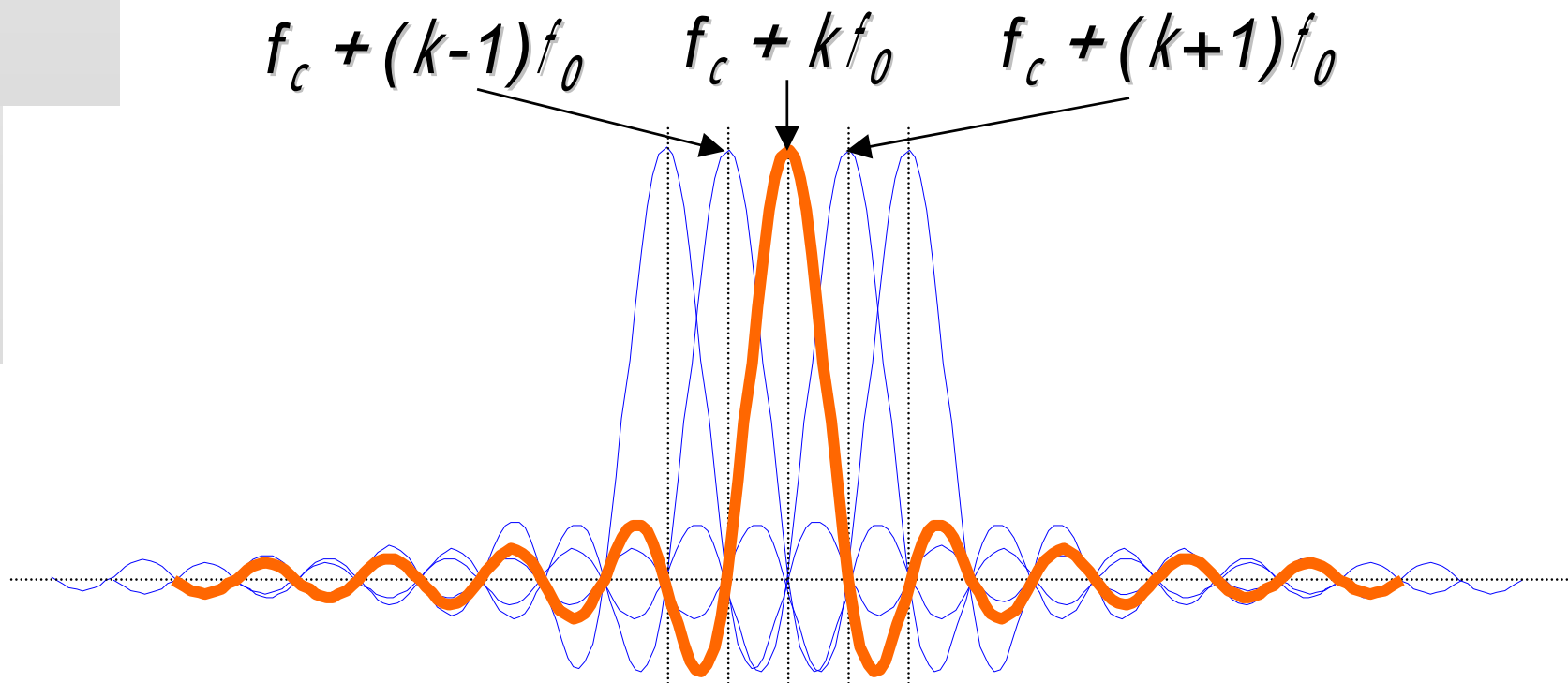
# パスバンドOFDM信号

■ 実際にOFDMは周波数変換されて搬送波帯域で伝送され、以下のように表される。

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \left[ a_n \cos\{2\pi(f_c + nf_0)t\} - b_n \sin\{2\pi(f_c + nf_0)t\} \right]$$

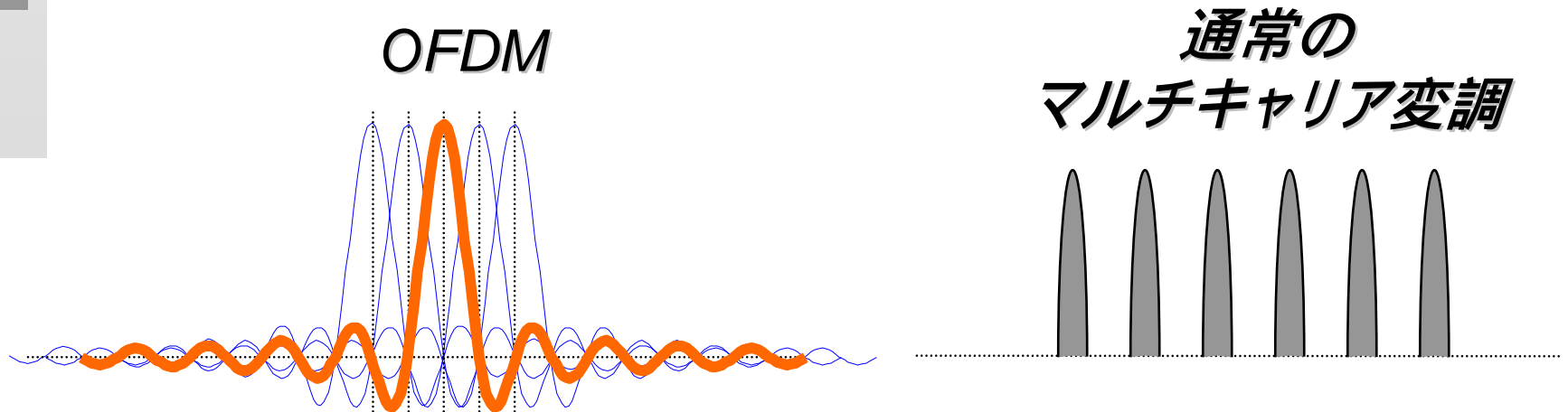
# OFDMのスペクトル

- 各キャリアは区間 $T (=1/f_0)$ の周波数 $(f_c + kf_0)$ 正弦波で、スペクトルは間隔 $f_0$ で振動し、他のキャリア周波数で大きさは零となる。



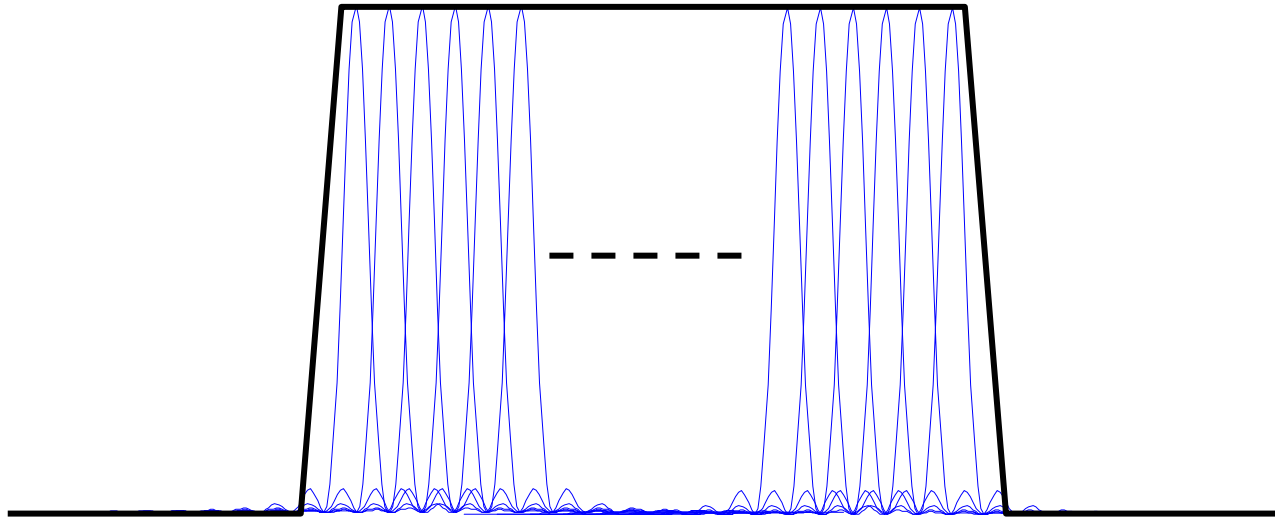
# スペクトルの比較

- OFDMではスペクトルは互いに重なっており、通常のマルチキャリア変調方式とは異なっている。
- 周波数帯域の有効利用が可能。



# OFDMの電力スペクトル

■ 実際のOFDM電力スペクトルはすべてのキャリアを並べたものになり、  
矩形に近く周波数の有効利用が可能。



# OFDM 信号の生成

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \left[ a_n \cos\{2\pi(f_c + nf_0)t\} - b_n \sin\{2\pi(f_c + nf_0)t\} \right]$$

■ **上記信号を直接的に生成するには、  
N個のデジタル変調器と  
N個の正確なキャリア波形生成器が必要で  
非現実的。**

■ **1971年に離散フーリエ変換DFTを用いる方法  
が提案され、現実的になった。**

# OFDM 信号の生成 (2)

■ 以下のように複素等価ベースバンド信号 $u(t)$ を定義する。

$$s_B(t) = \text{Re}[u(t)]$$

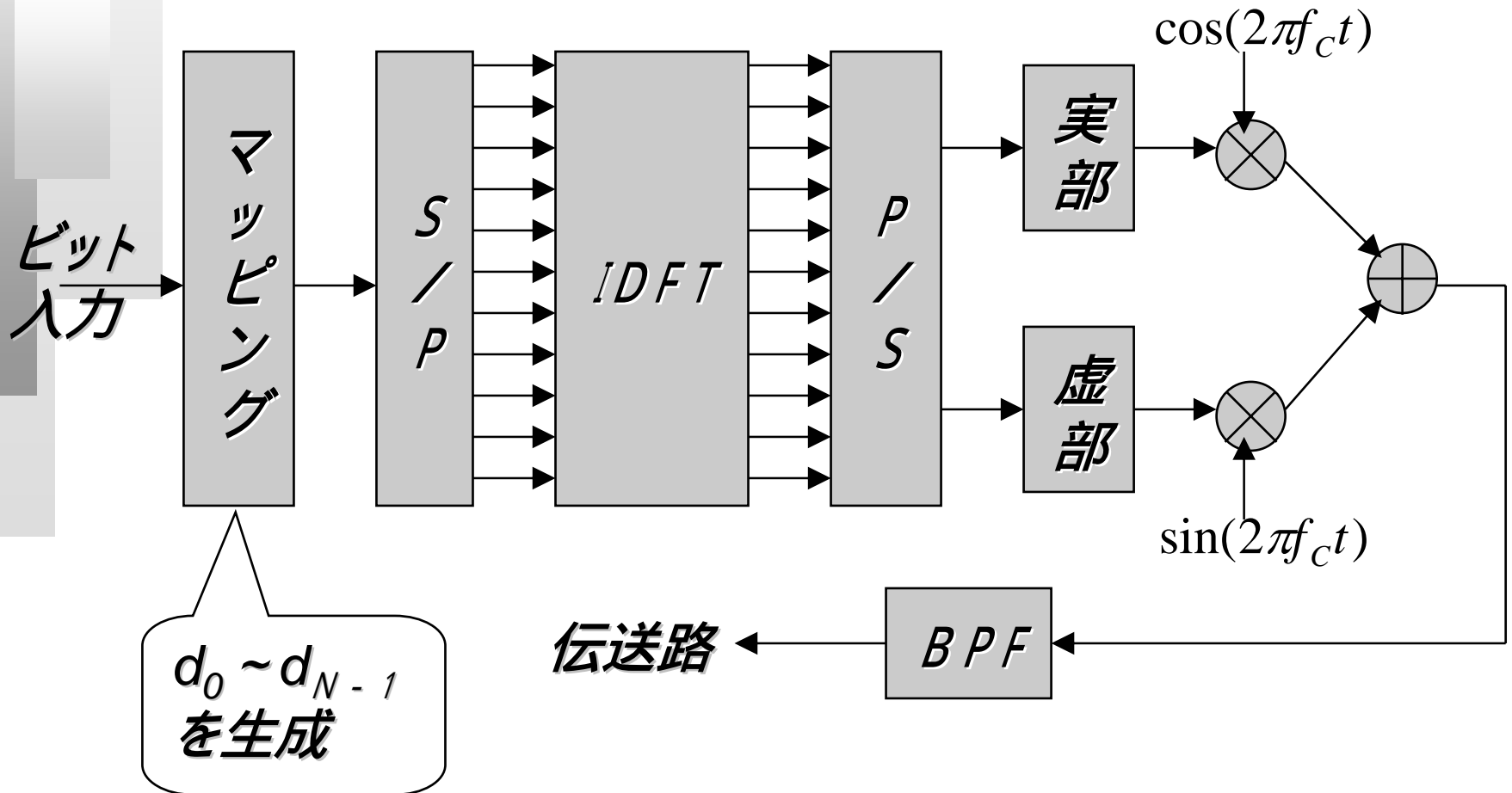
$$u(t) = \sum_{n=0}^{N-1} d_n \cdot e^{j2\pi n f_0 t}, \quad d_n = a_n + j b_n$$

■ これをシンボル区間 $T$ で $N$ 点のサンプリングを行う。

$$\begin{aligned} u\left(\frac{k}{Nf_0}\right) &= \sum_{n=0}^{N-1} d_n \cdot e^{j2\pi n f_0 \frac{k}{Nf_0}} = \sum_{n=0}^{N-1} d_n \cdot e^{j\frac{2\pi n k}{N}} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} d_n \cdot \left( e^{j\frac{2\pi}{N}} \right)^{nk} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N-1) \end{aligned}$$

**$N$ 個の複素データシンボル $d_n$ を逆離散フーリエ変換し、連続信号にすれば $u(t)$ を生成できる。**

# OFDM変調器の構成





# OFDMの復調

■ 搬送波帯信号 $s(t)$ に $\cos(2\pi f_c t)$ を掛けて、LPFを通すと、以下のようにOFDMベースバンド信号が得られる。

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} [a_n \cos\{2\pi(f_c + nf_0)t\} - b_n \sin\{2\pi(f_c + nf_0)t\}]$$

$$s(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \{a_n \cos(2\pi n f_0 t) - b_n \sin(2\pi n f_0 t)\} = \frac{1}{2} s_I(t)$$

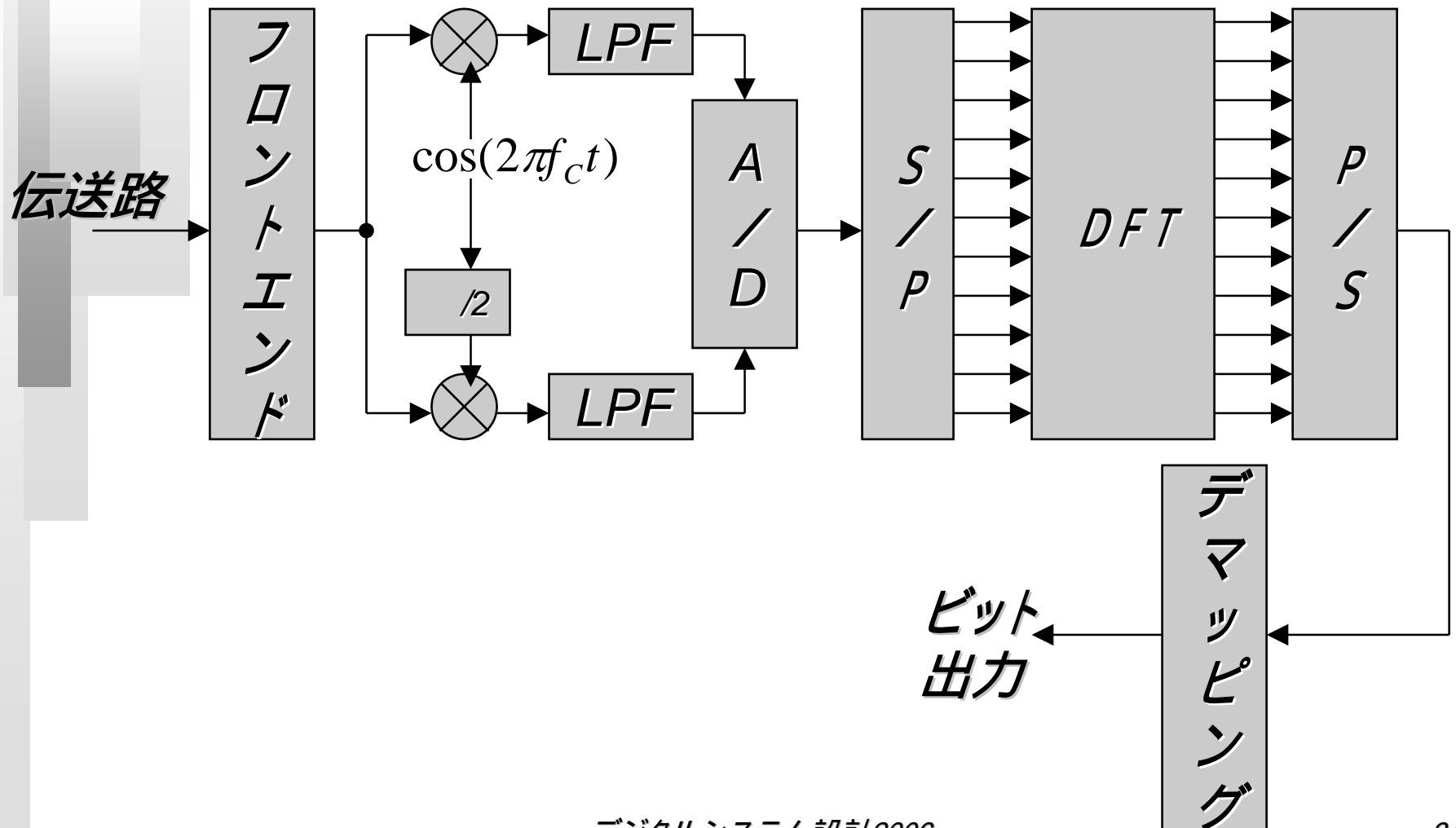
■ 復調でもDFT処理を行うために、以下のような計算もする。

$$s(t) \cdot \{-\sin(2\pi f_c t)\} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \{a_n \sin(2\pi n f_0 t) + b_n \cos(2\pi n f_0 t)\} = \frac{1}{2} s_Q(t)$$

■ 以上より $u(t)$ が求まり、サンプリング後DFTで $d_n$ が求まる。

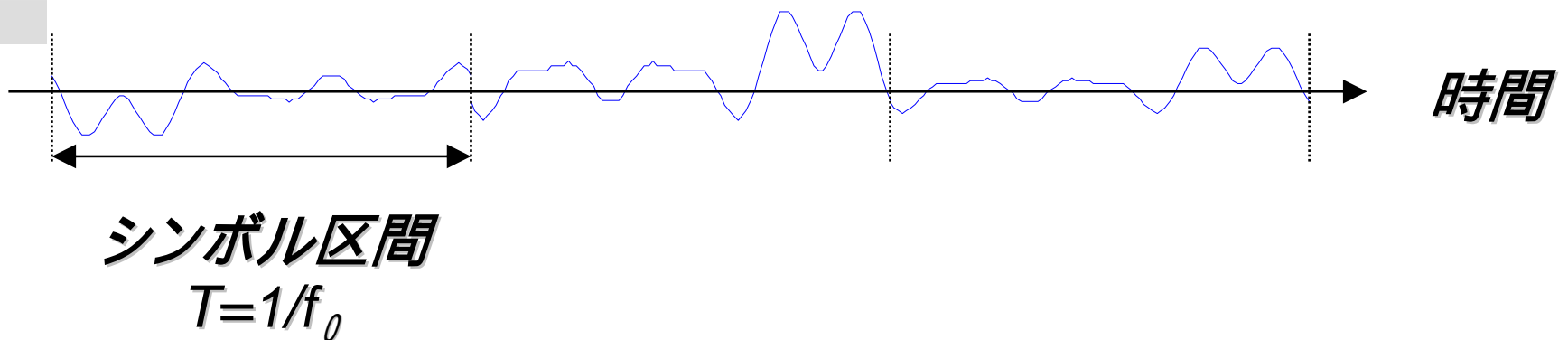
$$u(t) = s_I(t) + js_Q(t) = \sum_{n=0}^{N-1} d_n \cdot e^{j2\pi n f_0 t}$$

# OFDM復調器の構成



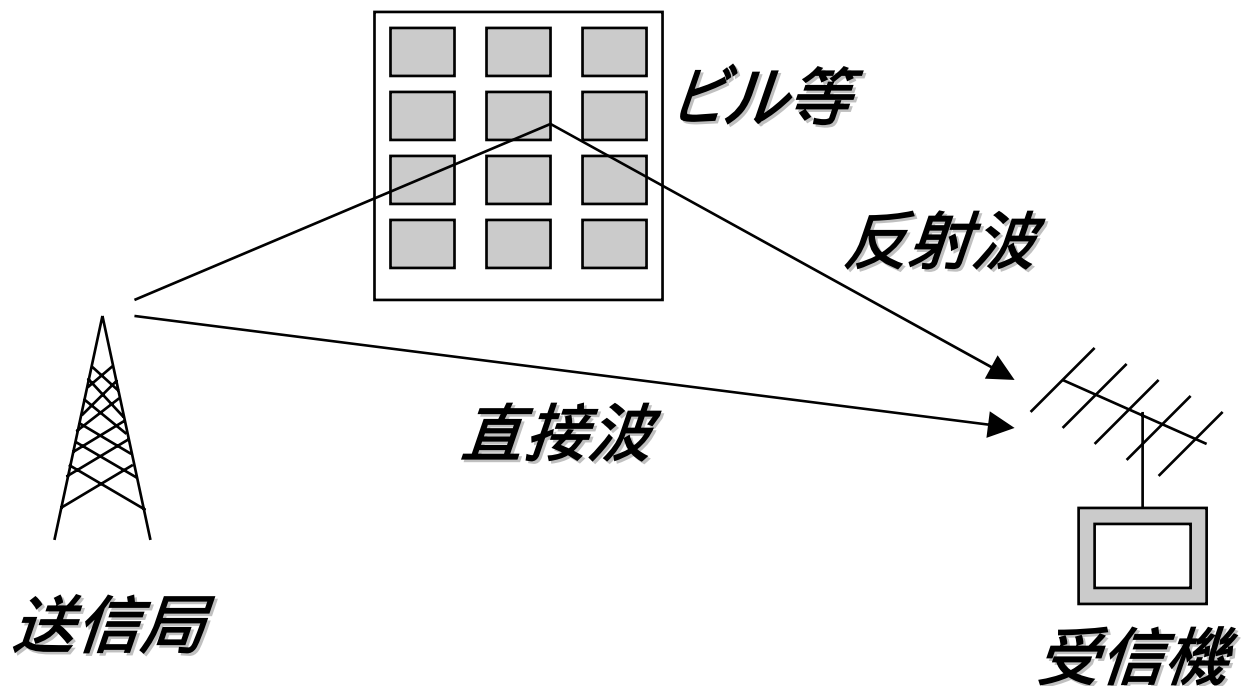
# ここまでのOFDM信号のまとめ

- シンボル区間ごとにある波形を送る。
- この波形は多数の直交する正弦波の和。
- 各正弦波はQAM、PSK等で変調される。
- 多数の直交する正弦波の生成にIDFT,受信にDFTを用いる。

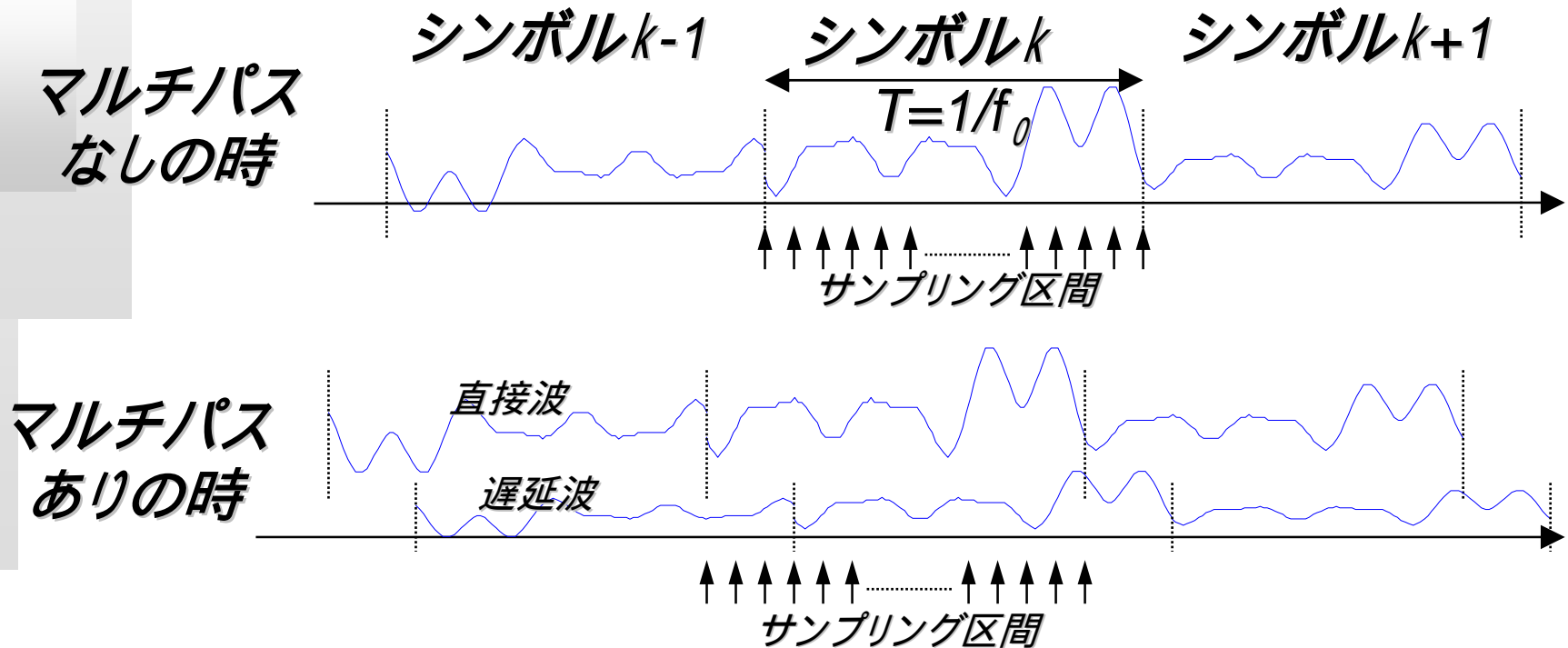


# マルチパス

■ 現実には無線伝送ではひずみが発生する。  
その典型的なのがマルチパスひずみである。  
(アナログTV方法でのゴースト)

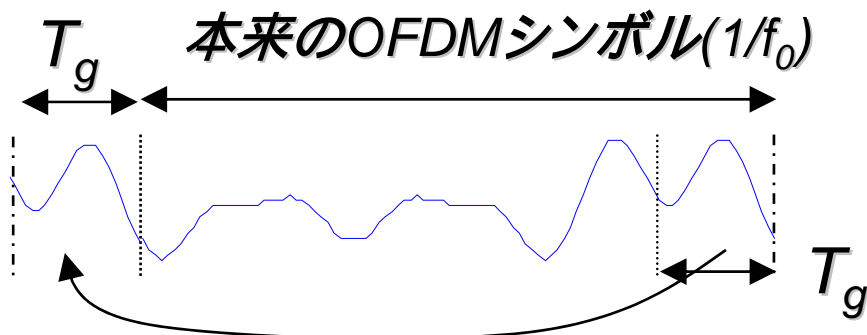


# マルチパスによる悪影響



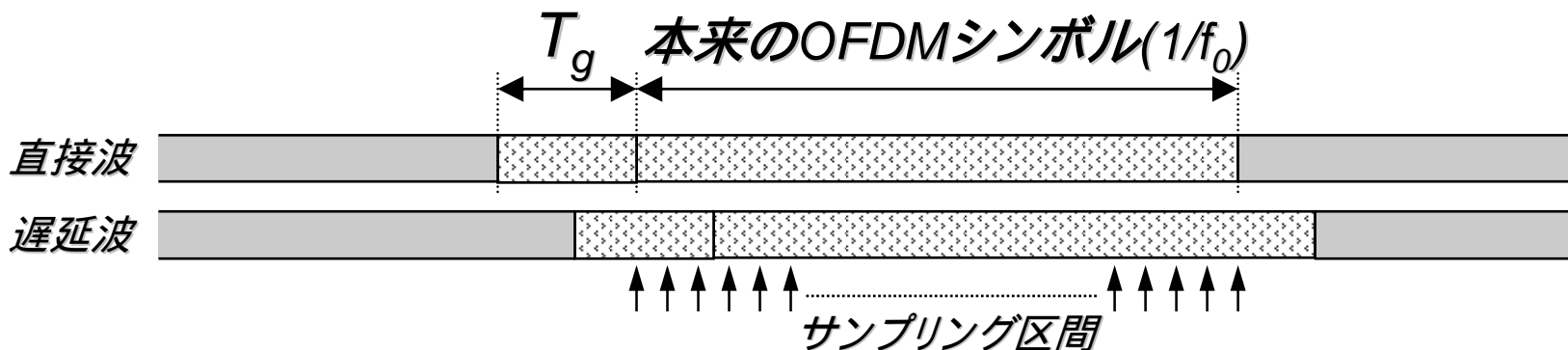
- 遅延波の部分は $k-1$ シンボルの影響を受け、シンボル長で直交するOFDMの条件がくずれる。

# ガードインターバルの付加



同一信号をコピーする。

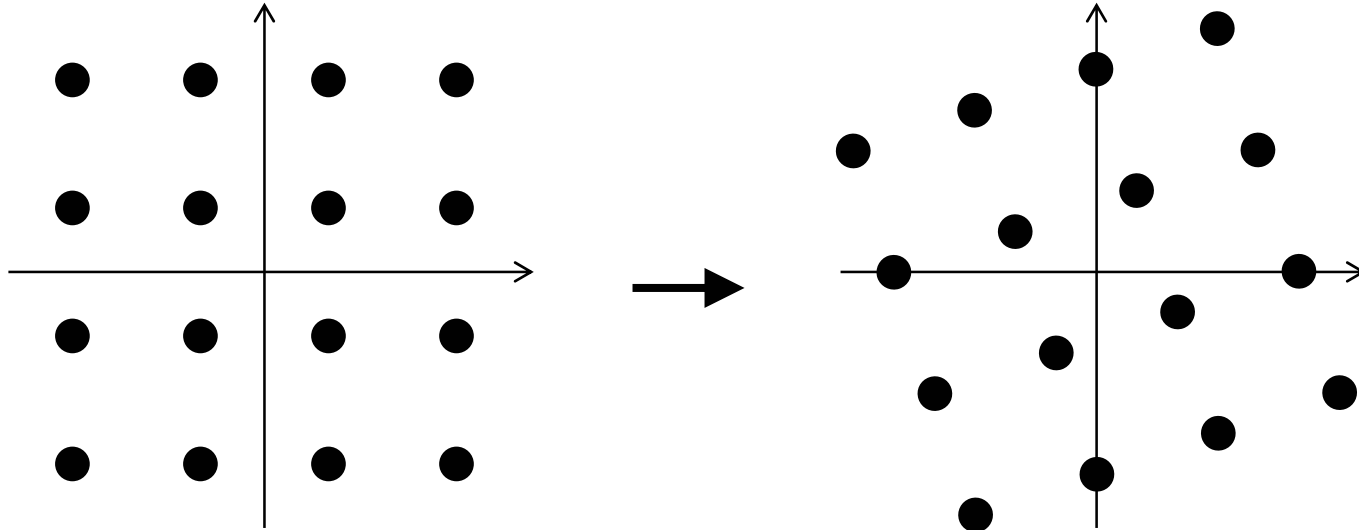
- $1/f_0$ の何分の一かのガードインターバルを付加することで、 $T_g$ 以下の遅延での直交性を保つ。



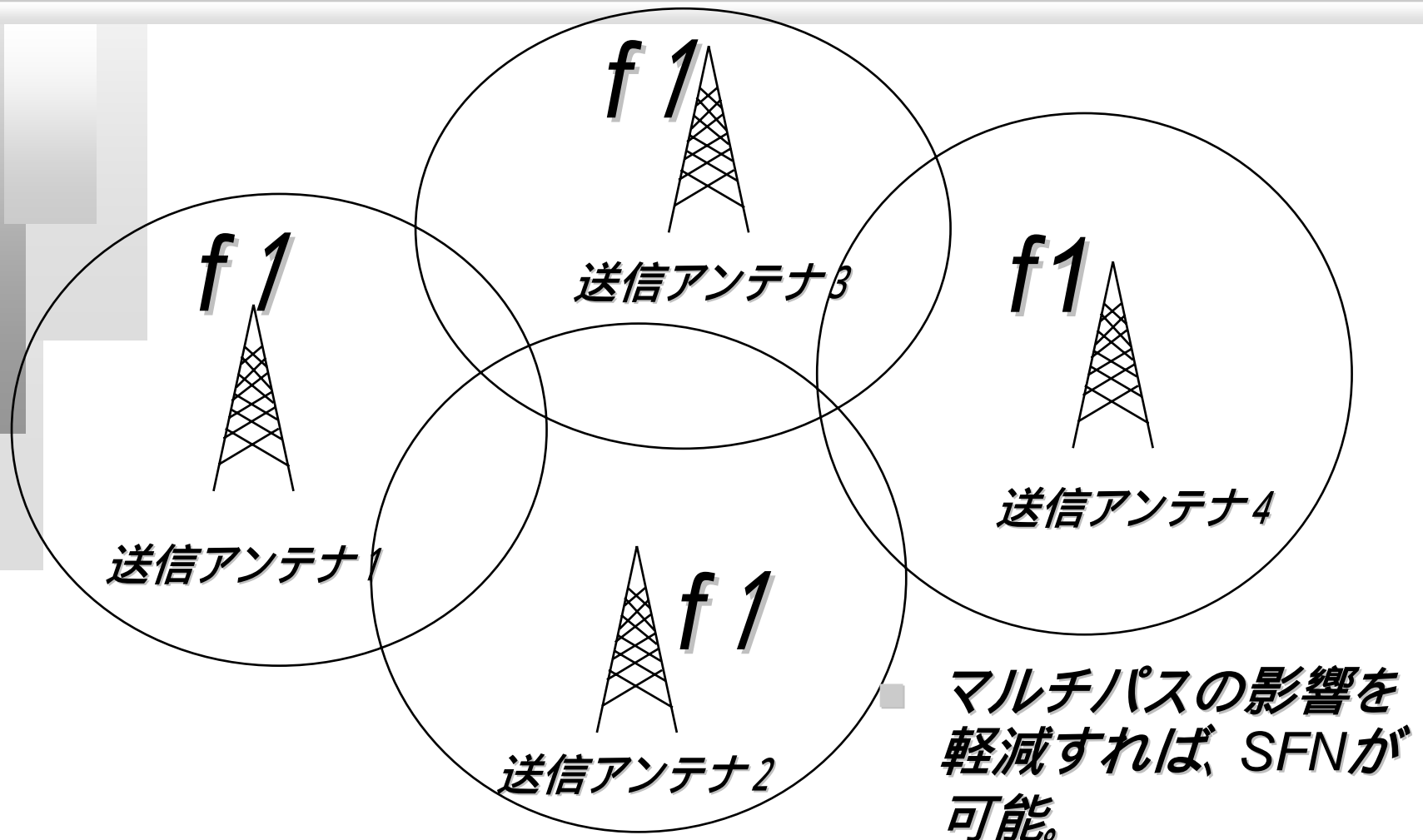
# マルチパスのシンボルへの影響

ガードインターバルによって、前時間のシンボルからの干渉は除け、直交性を保てるが、シンボルの振幅と位相ひずみは存在する。

このひずみは等価処理により修正が必要である。



# 単一周波数ネットワークSFN





# まとめ

■ デジタル変調から、OFDMの概要を解説した。

## OFDMの特徴

- \* スペクトルが矩形に近く、周波数の有効利用
- \* ガードインターバルの併用で耐マルチパス
- \* キャリアが多重であり、データの階層化容易
- \* SFNが実現できる
- \* 装置は複雑でLSIのがんばりが必要

■ 実際のシステム設計にはエラー訂正、同期、等価等もっと複雑な内容が必要である。