

情253 「デジタルシステム設計」 (3) Constellation3

ファイヤー和田

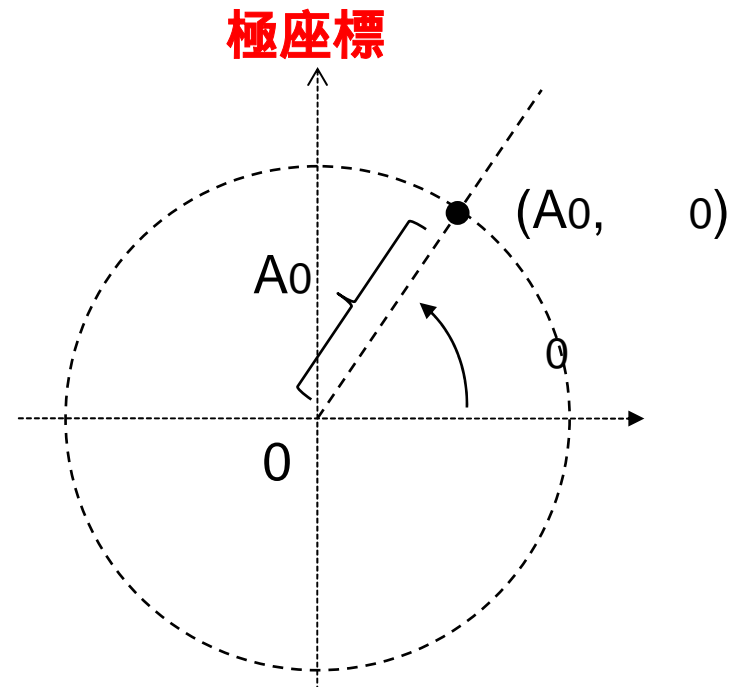
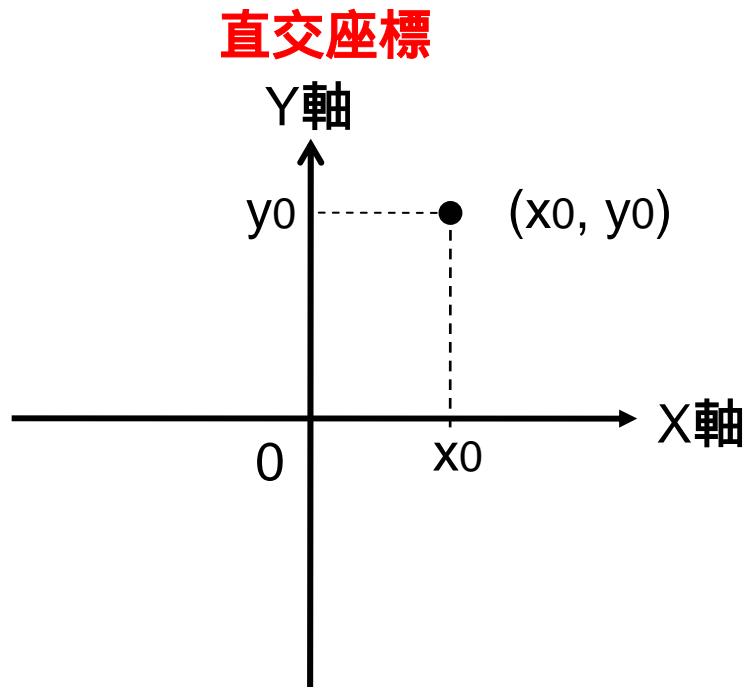
wada@ie.u-ryukyu.ac.jp

琉球大学工学部情報工学科

直交座標と極座標[P75]

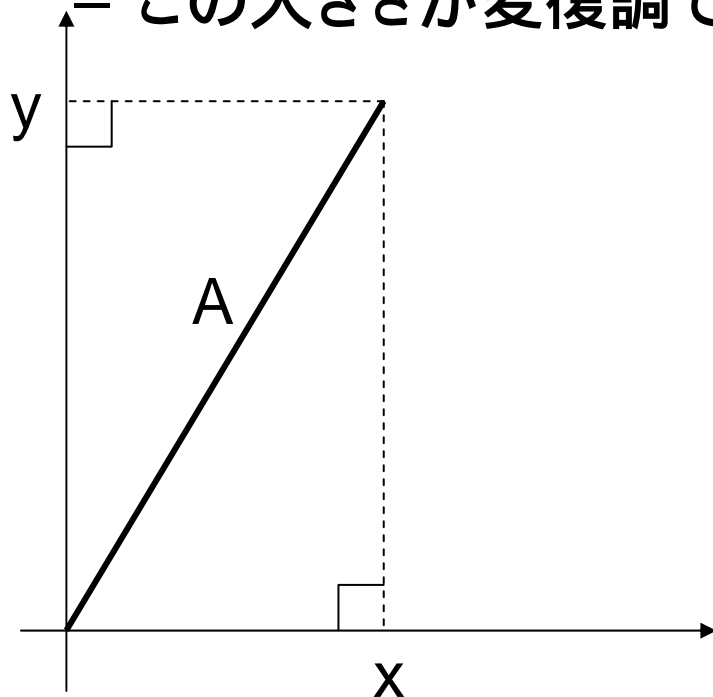
- 極座標

- XY直交座標上の点を、原点からの距離・角度を用いる極座標を用いて表す。



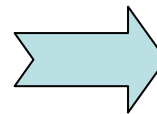
極座標・直交座標変換

- 角度 ϕ と大きさ A を用いて、平面上の点の位置を示す。
 - この角度 ϕ が変復調では位相となる。
 - この大きさが変復調では振幅となる。



$$\sin \phi = \frac{y}{A}$$

$$\cos \phi = \frac{x}{A}$$



$$y = A \sin \phi$$

$$x = A \cos \phi$$

BPSK波形

- BPSKとはBinary Phase Shift Keying
- 位相 の値として2つの値を用いて、2つの波形を生成する。
- 通信を行うときに、上記2つの波形の一つを送るので、2種類の可能性があり、'1'か'0'かすなわち1ビットの情報を送信する。

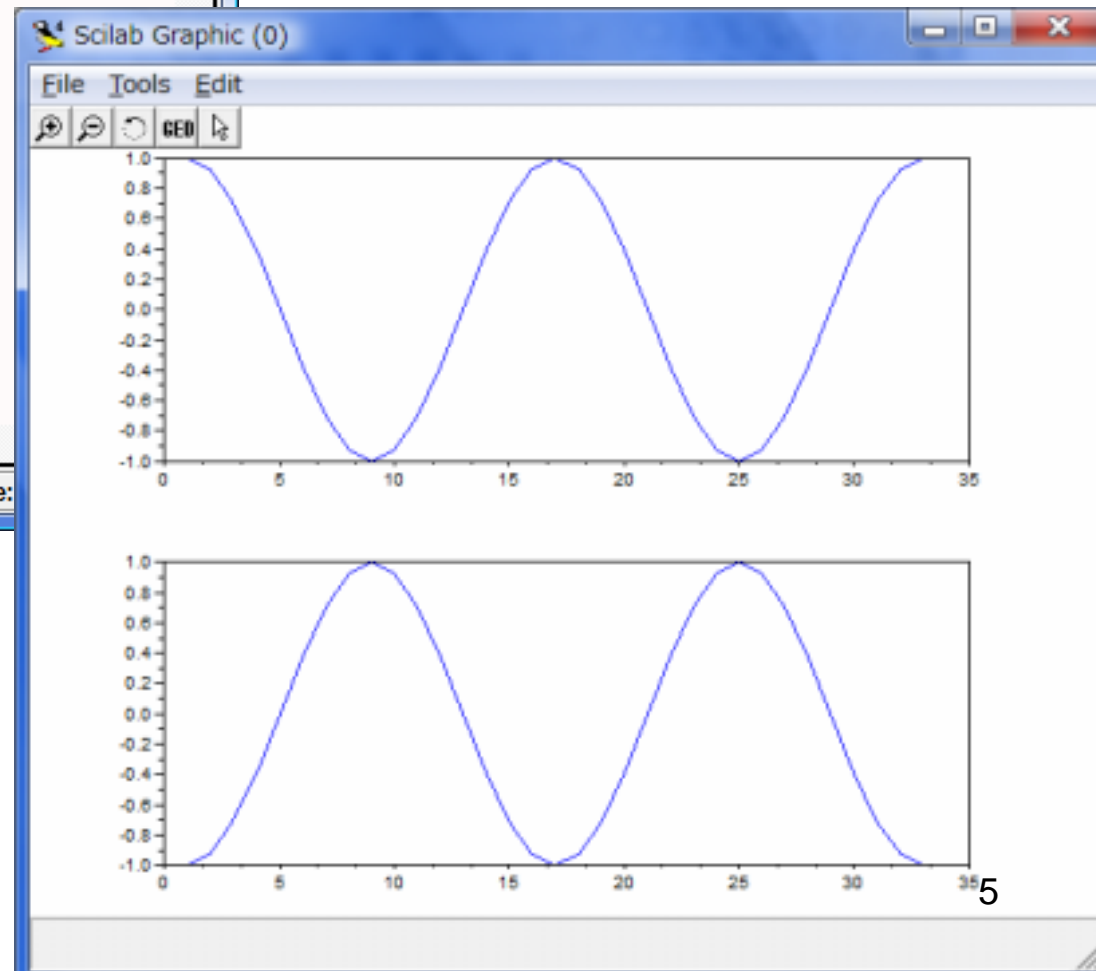
元の波形 $x = A \cos(2\pi ft + \phi)$

情報'0'を送信する場合: $\phi = 0$ とする $x = A \cos(2\pi ft)$

情報'1'を送信する場合: $\phi = (180\text{度})$ とする。 $x = A \cos(2\pi ft + \pi)$

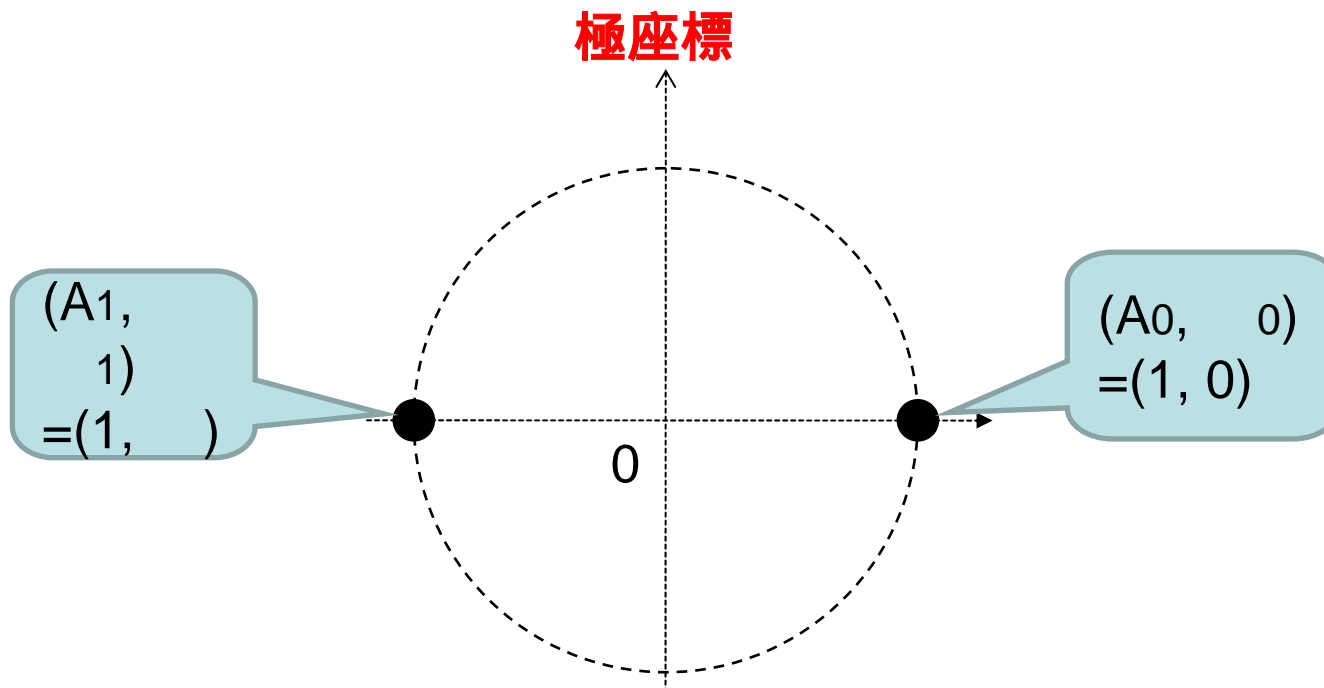
SCILABにてBPSK波形を作る

```
SciPad 6.129.BP2 - aaa.sci
File Edit Search Execute Debug Scheme Options Windows
Help
1 n=0:32;
2 t=n/32; //t=0 to 1sec
3 f=2; // 2Hz
4 x0 = cos(2*%pi*f*t);
5 x1 = cos(2*%pi*f*t + %pi);
6 subplot(2,1,1)
7 plot(x0)
8 subplot(2,1,2)
9 plot(x1)
10
Line: 1 Column: 1 Logical line:
```



BPSKの2つの波をコンスタレーションで示す

- BPSKの2つの波の振幅と位相は？
 - 情報‘0’ : 振幅 $A=1$ 、位相 = 0
 - 情報‘1’ : 振幅 $A=1$ 、位相 =
- これを極座標面に表現すると



QPSK波形

- Quadrature Phase Shift Keying
- 4つの位相を用いる

- $= 1^* / 4$ $x = A \cos(2\pi f t + \pi / 4)$

- $= 3^* / 4$ $x = A \cos(2\pi f t + 3\pi / 4)$

- $= 5^* / 4$ $x = A \cos(2\pi f t + 5\pi / 4)$

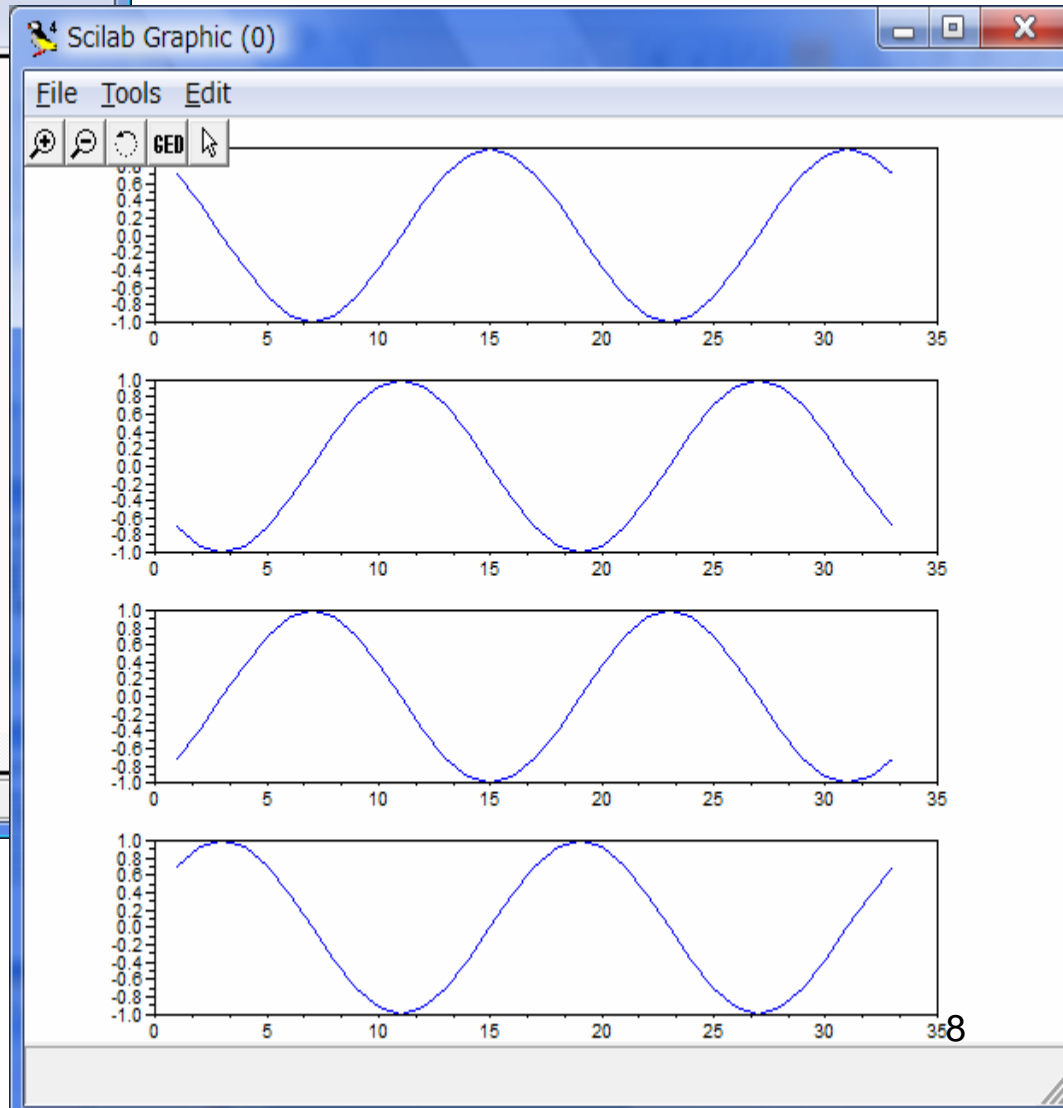
- $= 7^* / 4$ $x = A \cos(2\pi f t + 7\pi / 4)$

SCILABにてQPSK波形を作る

```
SciPad 6.129.BP2 - bpskplot.sci
File Edit Search Execute Debug Scheme Options
Windows Help

1 n=0:32;
2 t=n/32; //t=0 to 1sec
3 f=2; // 2Hz
4 x0 = cos(2*%pi*f*t + 1*%pi/4);
5 x1 = cos(2*%pi*f*t + 3*%pi/4);
6 x2 = cos(2*%pi*f*t + 5*%pi/4);
7 x3 = cos(2*%pi*f*t + 7*%pi/4);
8 subplot(4,1,1)
9 plot(x0)
10 subplot(4,1,2)
11 plot(x1)
12 subplot(4,1,3)
13 plot(x2)
14 subplot(4,1,4)
15 plot(x3)

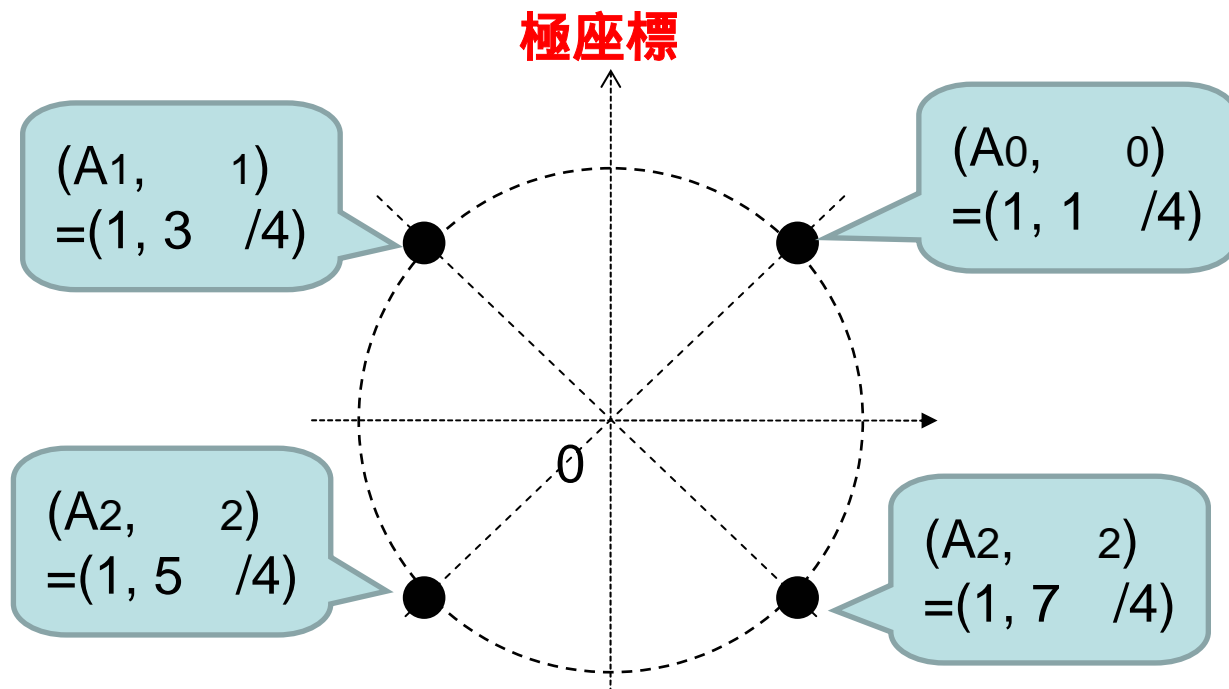
Line: 12 Column: 1 Logical line: 12
```



QPSKの4つの波をコンスタレーションで示す

- QPSKの4つの波の振幅と位相は？

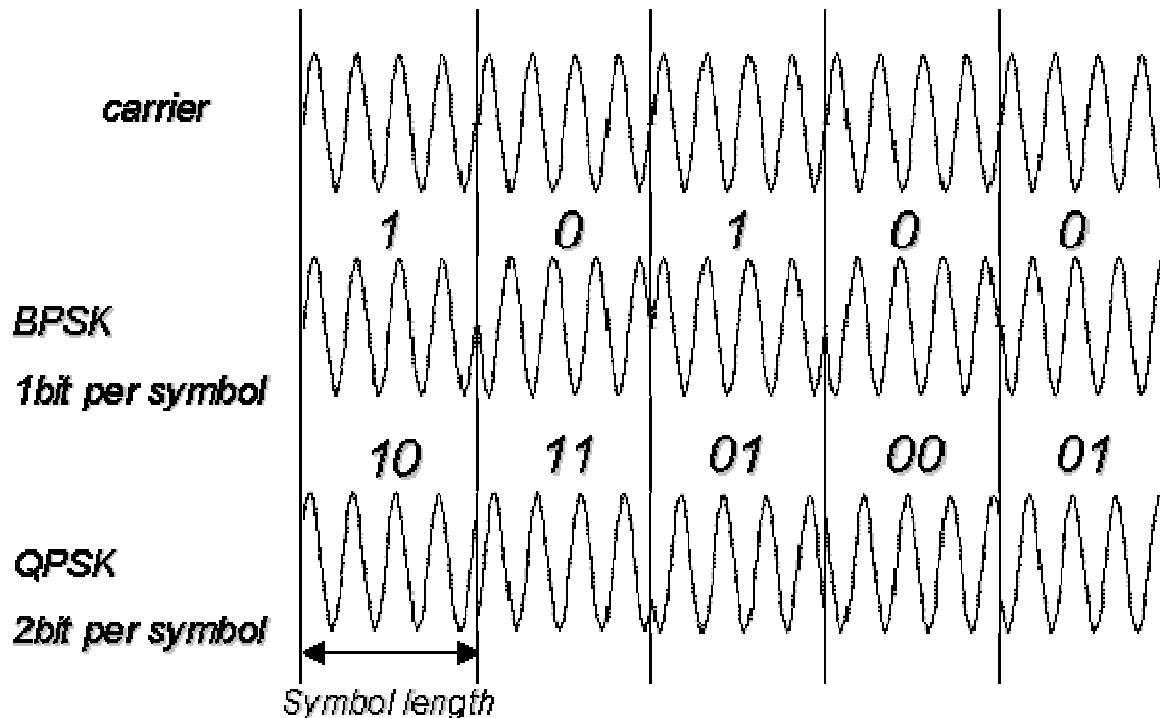
- 振幅 $A=1$ 、位相 $= 1 \quad /4$
- 振幅 $A=1$ 、位相 $= 3 \quad /4$
- 振幅 $A=1$ 、位相 $= 5 \quad /4$
- 振幅 $A=1$ 、位相 $= 7 \quad /4$



クイズ1

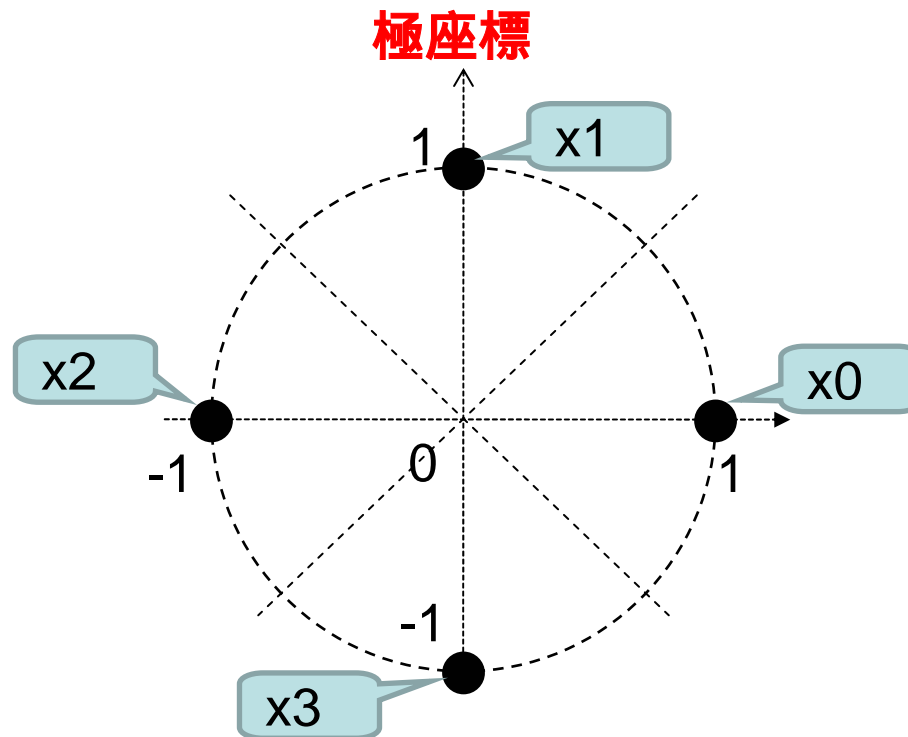
- 以下の2つの送信波形(BPSK, QPSK)の各サイクル(T1 ~ T5)の波のコンスタレーションポイントを示せ
- ただし基準の波の波形として以下の式を仮定せよ！
- (ヒント)図のBPSKはこれまで説明した波と異なる。

基準となる波形 $x = A \cos(2\pi f t + \phi)$



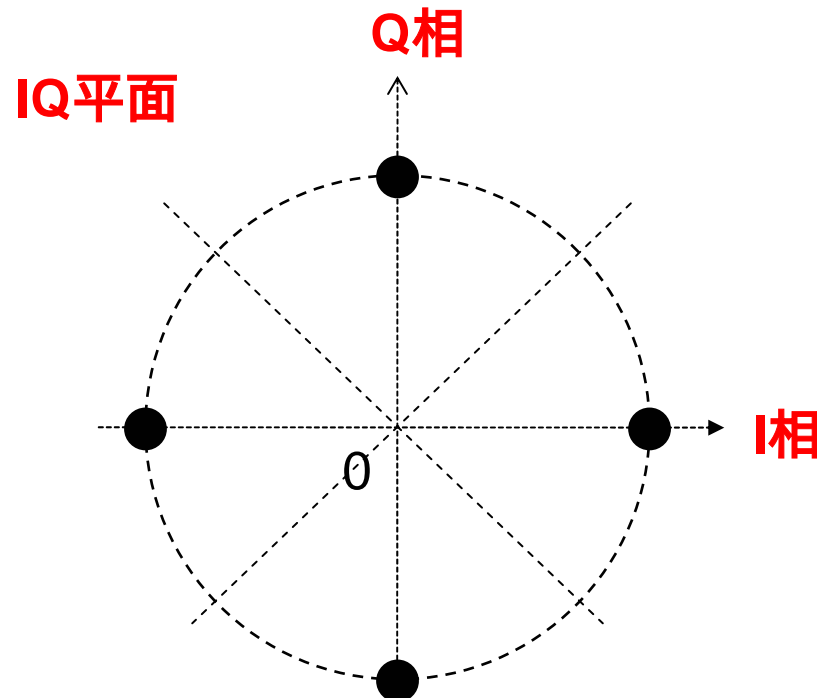
クイズ2

- 以下の4つのコンスタレーションに対応する波形をSCILABで生成せよ



X軸、Y軸をI相、Q相にチェンジ [p79]

- これまで見てきたように、X軸とY軸ではちょうど 90° の位相差がありました。すなわち、直角です。
- これからは、X軸をI相(In Phase), Y軸をQ相(Quadrature Phase)
- 平面をIQ平面と呼ぶ



ここからは教科書を超えた事項！

新導入1：複素指数関数

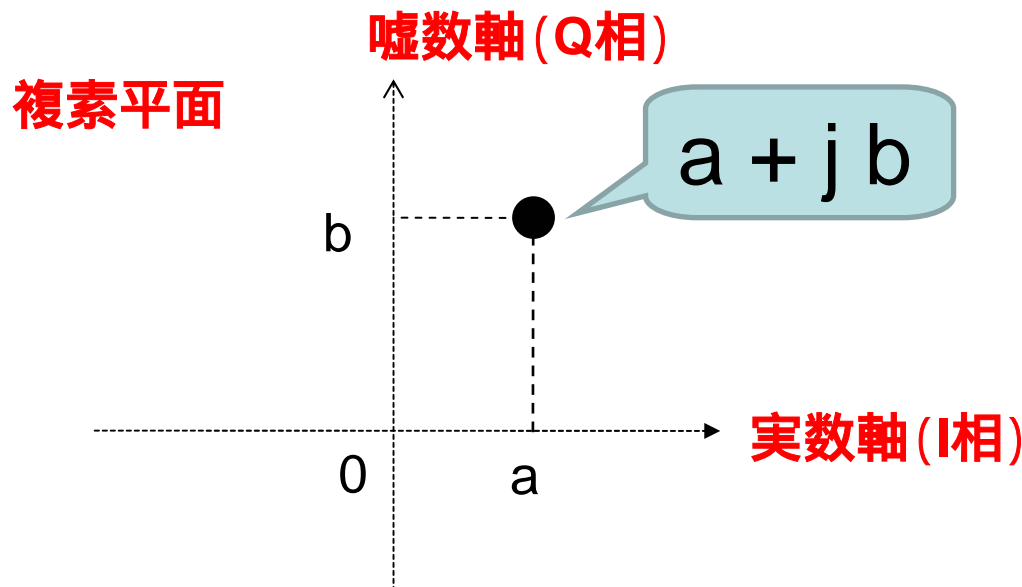
- これまでは、三角関数を用いたが、もう一歩すすんで複素指数関数を導入する！

$$\begin{aligned}\tilde{x}(t) &= Ae^{j(2\pi ft + \phi)} \\ &= \underbrace{A \cos(2\pi ft + \phi)}_{\text{実数部}} + j \cdot \underbrace{A \sin(2\pi ft + \phi)}_{\text{虚数部}}\end{aligned}$$

- 実数部と虚数部からなるので、複素数である。
- 実数部だけみると、これまで使用した三角関数

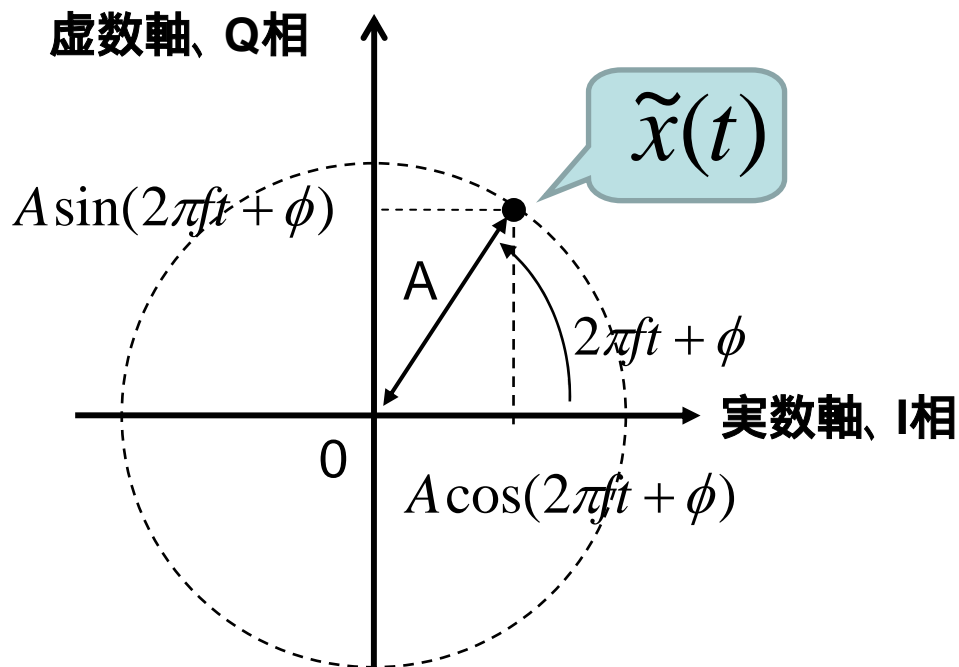
新導入2：複素平面

- IQ平面
 - I相、Q相の2つの値のペアで、平面上の点を指定した。
- 複素平面
 - 複素数ひとつで、平面上の1点を示す方法を導入する。
 - 実部をI相に対応：実数軸
 - 虚部をQ相に対応：虚数軸

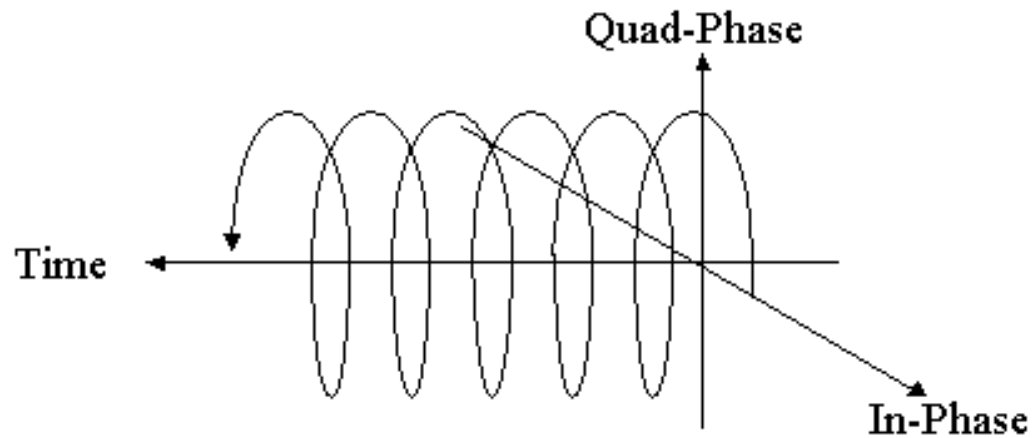


複素指数関数は複素平面では 回転を示す関数となる。

$$\begin{aligned}\tilde{x}(t) &= Ae^{j(2\pi ft + \phi)} \\ &= \underbrace{A \cos(2\pi ft + \phi)}_{\text{実数部}} + j \cdot \underbrace{A \sin(2\pi ft + \phi)}_{\text{虚数部}}\end{aligned}$$



時間とともに複素指数関数は回転する。



複素振幅

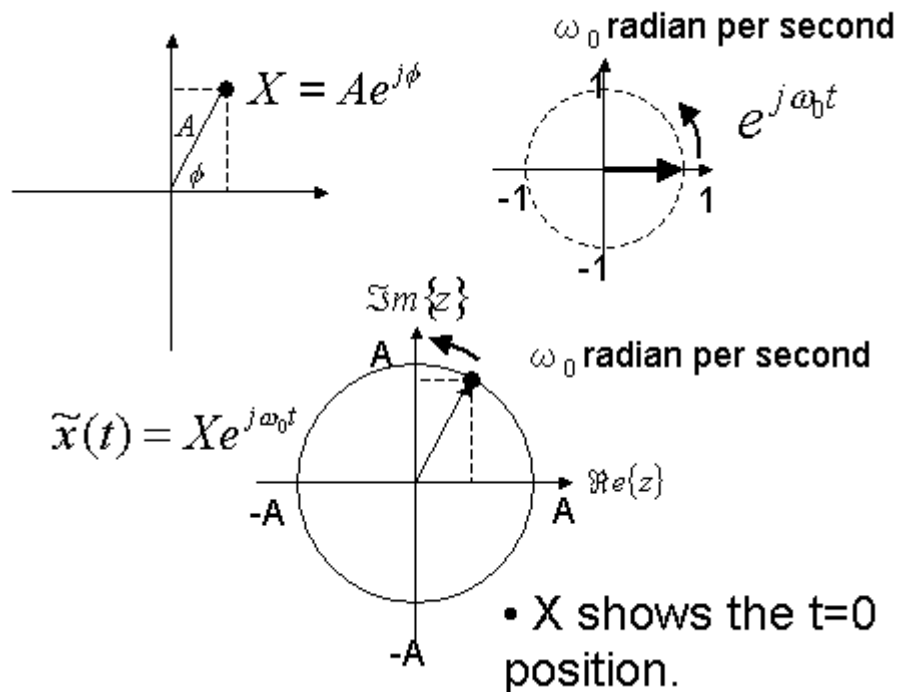
$$\tilde{x}(t) = Ae^{j(2\pi ft + \phi)}$$

$$= Ae^{j\phi} \cdot e^{j2\pi ft}$$

$$X = Ae^{j\phi}、$$

$\omega_0 = 2\pi f$ とすると、

$$\tilde{x}(t) = X \cdot e^{j\omega_0 t}$$



- X は $x(t=0)$ の値であり、回転のスタート位置 ($t=0$ の位置) を示す。
- X を複素振幅という

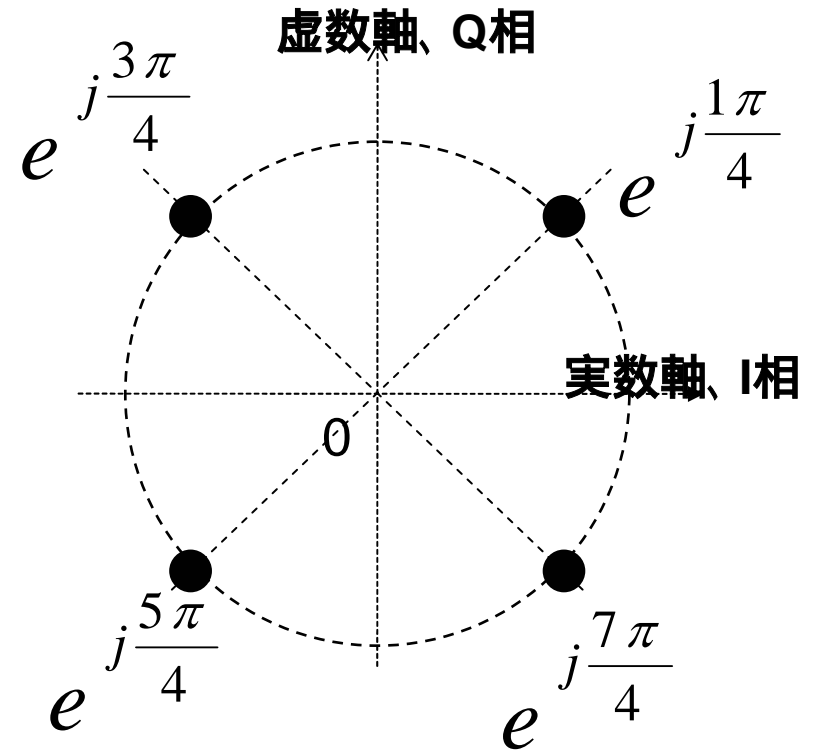
複素指数関数で、QPSKを示す。

$$\tilde{x}_0(t) = e^{j(2\pi ft + \frac{1\pi}{4})} = e^{j\frac{1\pi}{4}} \cdot e^{j2\pi ft}$$

$$\tilde{x}_1(t) = e^{j(2\pi ft + \frac{3\pi}{4})} = e^{j\frac{3\pi}{4}} \cdot e^{j2\pi ft}$$

$$\tilde{x}_2(t) = e^{j(2\pi ft + \frac{5\pi}{4})} = e^{j\frac{5\pi}{4}} \cdot e^{j2\pi ft}$$

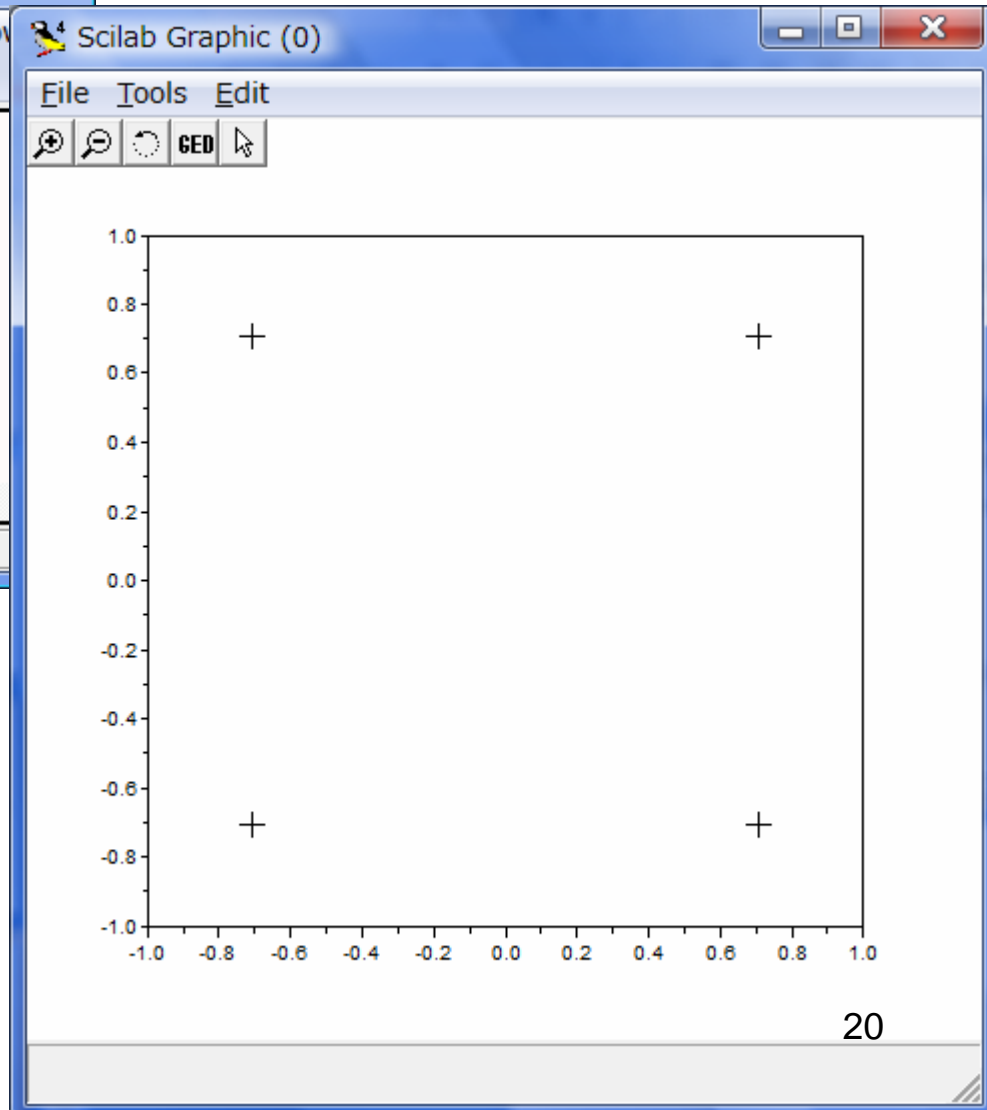
$$\tilde{x}_3(t) = e^{j(2\pi ft + \frac{7\pi}{4})} = e^{j\frac{7\pi}{4}} \cdot e^{j2\pi ft}$$



複素振幅を、複素平面にプロットすれば、コンスタレーションとなる。

複素振幅をSCILABでプロットする

```
SciPad 6.129.BP2 - qpskconstellation.sci
File Edit Search Execute Debug Scheme Options Window Help
1 X0=exp(%i*1*pi/4);
2 X1=exp(%i*3*pi/4);
3 X2=exp(%i*5*pi/4);
4 X3=exp(%i*7*pi/4);
5 XX=[X0 X1 X2 X3];
6 plot2d(real(XX),imag(XX),style=-1)
7 square(-1,-1,1,1)|
Line: 7 Column: 18 Logical line: 7
```



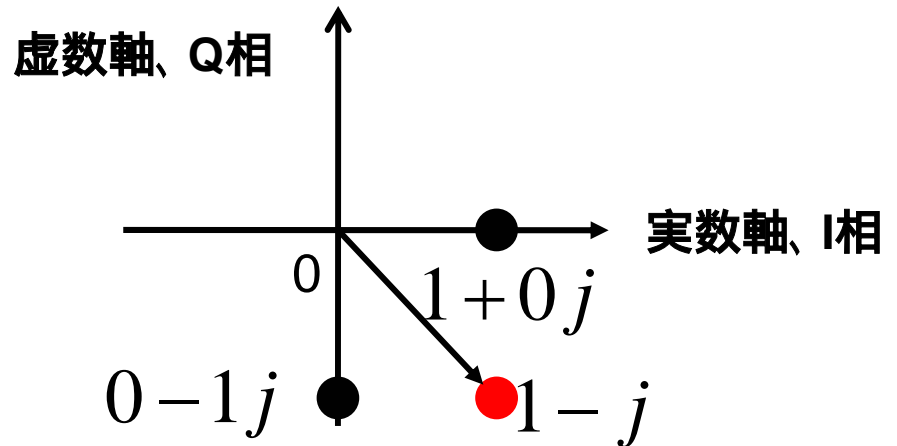
同一周波数の波の合成方法

右式の合成を調べる

$$x(t) = \cos(2\pi ft) + \sin(2\pi ft)$$



それぞれの波の
コンスタレーションを
調べ、合成する



複素指数関数に変換

$$\begin{aligned}\tilde{x}(t) &= (1 + 0j)e^{j2\pi ft} + (0 - 1j)e^{j2\pi ft} \\ &= (1 - j)e^{j2\pi ft}\end{aligned}$$



合成波の振幅と位相がわかる

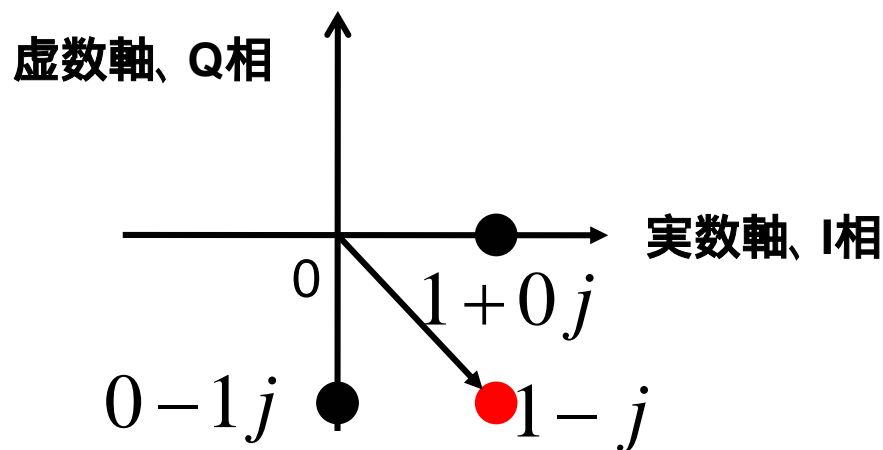
$$A = \sqrt{2} \quad \phi = -\frac{\pi}{4}$$



合成波

$$x(t) = \sqrt{2} \cos(2\pi ft - \pi / 4)$$

振幅、位相の計算



```
SciPad 6.129.BP2 - Untitled1.sce (modified)
File Edit Search Execute Debug Scheme Options
Windows Help
1 x=1-%i;
2 A=sqrt(real(x)^2+imag(x)^2)
3 phai= atan(imag(x)/real(x))
Line: 3 Column: 28 Logical line: 3
```

```
scilab-4.1.2 (0)
File Edit Preferences Control Editor
Applications ?
--> A =
      1.4142136
phai =
      - 0.7853982
-->
```

HW3

(1) webclass 情報工学科 デジタルシステム設計
に用意したHW2を完了させよ。
講義から2週間後同一曜日の夜23:00を期限とする。

- <http://webclass.cc.u-ryukyu.ac.jp/>