

信号処理とメディア通信 講義レジメ

担当：和田知久 (ファイヤー和田)

所属：琉球大学 工学部 情報工学科

連絡先：wada@ie.u-ryukyu.ac.jp

Home Page: <http://www.ie.u-ryukyu.ac.jp/~wada/>

1) 今後の進め方 (PBL)

7/19 1 コマレクチャー、1 コマグループワーク

7/26 各グループの発表、及びデモ

8/2 期末試験前レクチャー

8/5,8-10 期末試験

14 章 DCT とフィルターバンク

1) Z 変換について

その前に

① 【離散フーリエ変換 DFT】

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi nk/N} \quad (k = 0, 1, \dots, N-1)$$

この変換は $n=0$ から $N-1$ の $x(n)$ に対する変換であり、一般的には $x(n)=x(n+N)$ なる周期性のある $x(n)$ を想定している。

>> 面白いことに、 $x(n)$ に周期性があると、その周波数成分は離散的な値を取ることで、 $X(k)$ $k=0$ から $N-1$ の値が計算されます。

② 【離散時間フーリエ変換】

説明の前に、前準備としてある周波数 f のコサイン関数を考えます

$$x(t) = A \cos(2\pi ft)$$

この関数をサンプリング周期 f_s でサンプリングすると、サンプリング間隔 $T_s=1/f_s$ なので、 $t=n/f_s$ を代入すると

$$x\left(\frac{n}{f_s}\right) = A \cos\left(2\pi \frac{f}{f_s} n\right)$$

ここで $w=2\pi f/f_s$ とすると、これはノーマライズした角周波数を示します。

サンプリング定理より、 f_s でサンプリングされた場合、 $-0.5f_s < f < 0.5f_s$ が f があらわされる範囲ですので、

$w=[-\pi, \pi]$ となります。

さてそれでは、離散時間フーリエ変換は

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}$$

で定義されます。離散値 $x(n)$ が、 $\omega=[-\pi, \pi]$ の範囲に正規化された角周波数スペクトルに変換されます。

これはサンプリング周期=1秒とすると、 $f_s=1\text{Hz}$ となり、 -0.5Hz から 0.5Hz の範囲の周波数 f を表すことができ、角周波数では $-\pi$ から π なるわけです。

この離散時間フーリエ変換を N 点周期とし、 $X(\omega)$ が離散値をとっているのが【離散フーリエ変換 DFT】です。

さて、

③【Z変換】は

$$X(z) = Z\{x(n)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

となります。すなわち、

$$z = e^{j\omega}$$

とすれば、離散時間フーリエ変換と一致するので、 z 変換は離散時間フーリエ変換の一般形と考えることもできる。

④Z変換の性質

4-1:線形性

$X_1(z)=Z\{x_1(n)\}$, $X_2(z)=Z\{x_2(n)\}$ とすると、実定数 a_1, a_2 において

$$X(z)=Z\{a_1x_1(n)+a_2x_2(n)\}=a_1X_1(z)+a_2X_2(z) \quad \text{--- 【線形性】}$$

が成立する。

4-2:時間シフト

$$Z\{x(n)\}=X(z) \text{とすると}$$

$$Z\{x(n-k)\}=z^{-k}X(z) \text{となる}$$

すなわち、 $Z\{x(n-1)\}=z^{-1}X(z)$ であるので、ひとつ前のデータは z^{-1} を乗算に対応する。

FIR フィルターは Z 変換を用いて、以下のような多項式で表すことができる。

$$H(z)=A_0+A_1 z^{-1}+A_2 z^{-2}+\dots+A_N z^{-N}$$

ここに、

$$z = e^{j\omega}$$

を代入すると、そのフィルターの周波数特性（伝達関数の振幅特性 図 14-7）を把握することができる。

2) DCT フィルターバンク

例題3 4点 DCT 分析フィルター・バンクと振幅伝達特性

図 14-18

図 14-19 IDCT フィルターバンク

3) 15章 DCT とマルチレート信号処理

分析バンク、サブバンド信号、合成バンク 図 15-1

ダウンサンプラーとアップサンプラー

例題2 図 15-10 と図 15-12

マルチレート信号処理