

中間試験 (1 : コンピュータを使用せず実施のこと) 45分

学生番号:

名前:

1311

1) 以下の計算を行え

(20点)

$$\textcircled{1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & 5 & \\ & & 6 \end{pmatrix} = 4 + 10 + 18 = 32$$

$$\textcircled{2} \begin{pmatrix} 1+2j & 2-3j \\ & 1+j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2+j \\ 1+j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-2+5j & +2+3-j \\ & 2+3-j \end{pmatrix} = 5+4j$$

$$\textcircled{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{-2-6} \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{4} \begin{pmatrix} 2 & 1+j \\ 1-j & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{2-(1+1)} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} = \frac{1}{0} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \quad \therefore \text{存在しない}$$

$$\textcircled{5} \begin{pmatrix} 2 & 1+j \\ 1-j & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1+2j \\ 3+4j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+4j & +3-4+7j \\ 1+2+j & +3+4j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+11j \\ 6+5j \end{pmatrix}$$

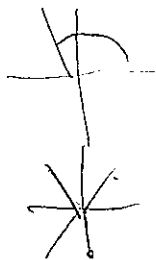
$$\textcircled{6} e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}j$$

$$\textcircled{7} \left(e^{j\frac{2\pi}{8}} \right)^3 = e^{j\frac{6}{8}\pi} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}j$$

$$\textcircled{8} \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ & -1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} (1-1-1+1) = 0$$

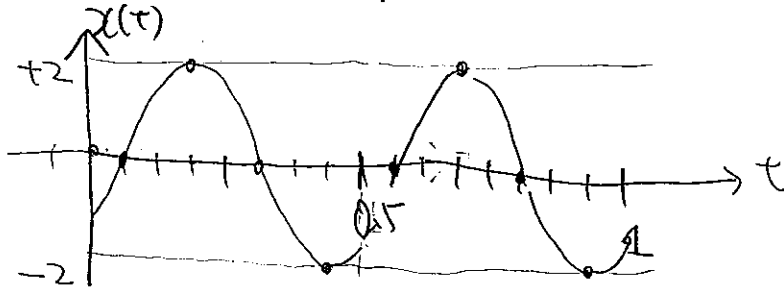
$$\textcircled{9} \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & j & -1 & -j \\ & -j & & \\ & & -1 & \\ & & & j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \\ -1 \\ j \end{pmatrix} = \frac{1}{4} (1+1+1+1) = 1$$

$$\textcircled{10} \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & j & -1 & -j \\ & j & & \\ & & -1 & \\ & & & -j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ j \\ -1 \\ -j \end{pmatrix} = \frac{1}{4} (1-1+1-1) = 0$$

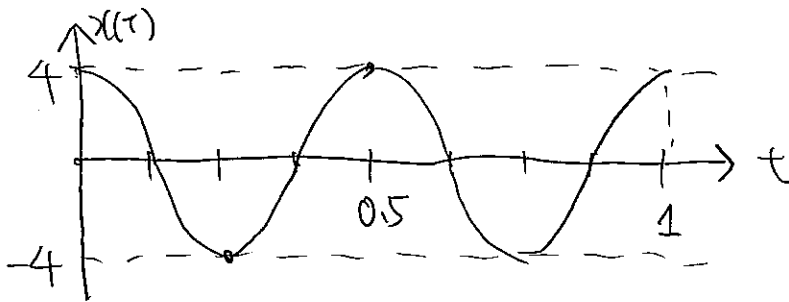


2) 以下の時間 t により変化する関数を $t=0$ から $t=1$ の範囲でプロットせよ。値が複素数の場合は、Real 成分と Imag 成分に分けて図示せよ。 (6×3=18点)

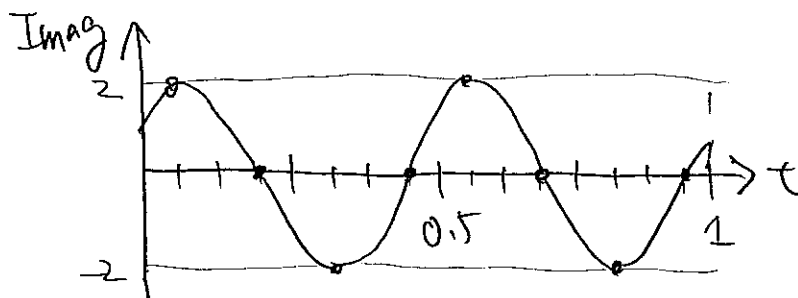
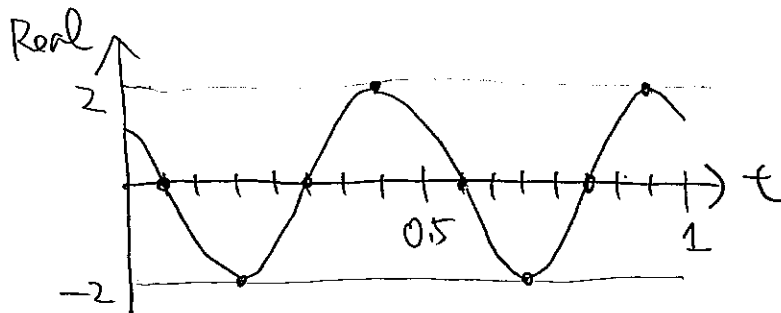
① $x(t) = -2 \cos(2\pi * 2t + \frac{\pi}{4})$ $f=2 \quad \therefore T=0.5$

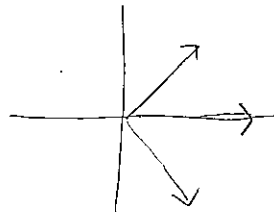


② $x(t) = 2e^{j2\pi 2t} + 2e^{-j2\pi 2t} = 2[\cos(2\pi 2t) + j\sin(2\pi 2t) + \cos(2\pi 2t) - j\sin(2\pi 2t)]$
 $= 4 \cos(2\pi 2t)$ $f=2 \quad \therefore T=0.5$



③ $x(t) = 2e^{j(2\pi 2t + \frac{\pi}{4})} = 2 \cos(2\pi 2t + \frac{\pi}{4}) + j 2 \sin(2\pi 2t + \frac{\pi}{4})$

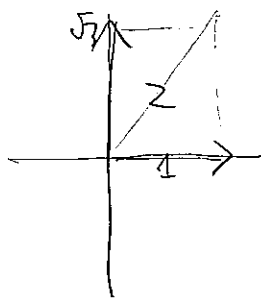




3) 以下の式を簡単化せよ。ただし $\text{Re}[x]$ は x の Real 成分を取る関数とする。 (6×2=12点)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x(t) &= \text{Re} \left[e^{j(2\pi 2t + \frac{\pi}{4})} + e^{j(2\pi 2t + \frac{7\pi}{4})} \right] = \text{Re} \left[e^{j(2\pi 2t)} \left(e^{j\frac{\pi}{4}} + e^{j\frac{7\pi}{4}} \right) \right] \\ &= \text{Re} \left[\sqrt{2} e^{j2\pi 2t} \right] = \text{Re} \left[\sqrt{2} \cos 2\pi 2t + \sqrt{2} j \sin 2\pi 2t \right] \\ &= \sqrt{2} \cos(2\pi 2t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad x(t) &= \text{Re} \left[e^{j(2\pi 2t)} + \sqrt{3} e^{j(2\pi 2t + \frac{\pi}{2})} \right] = \text{Re} \left[e^{j(2\pi 2t)} \left(1 + \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{2}} \right) \right] \\ &= \text{Re} \left[e^{j2\pi 2t} 2 e^{j\frac{\pi}{3}} \right] = \text{Re} \left[2 e^{j(2\pi 2t + \frac{\pi}{3})} \right] \\ &= 2 \cos \left(2\pi 2t + \frac{\pi}{3} \right) \end{aligned}$$



↑(C12)

$$\begin{aligned} &= \text{Re} \left[(1 + \sqrt{3}j) (\cos 2\pi 2t + j \sin 2\pi 2t) \right] \\ &= \text{Re} \left[\cos 2\pi 2t - \sqrt{3} \sin 2\pi 2t + j(\dots) \right] \\ &= \cos 2\pi 2t - \sqrt{3} \sin 2\pi 2t \end{aligned}$$

以上

中間試験 (2 : コンピュータ上の MATLAB を必要に応じて使用せよ) 45 分

学生番号: _____ 名前: 1311 _____ ;

1) 以下の P_0, P_1, P_2 なる正規直交基底ベクトルを用いて、問いに答えよ

$$P_0 = (1 \ 1 \ 1)$$

$$P_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{6}}{2} & -\frac{\sqrt{6}}{2} \end{pmatrix}$$

① 信号 $f = \{1, 1, -1\}$ を $f = F_0 \cdot P_0 + F_1 \cdot P_1 + F_2 \cdot P_2$ のように分解してください。回答は答えだけでよく、途中の MATLAB コマンドは不要。

$f \times 2 = 16$ 点

$$F_0 = 0.3333 = f * P_0 / 3$$

$$F_1 = 0.4714$$

$$F_2 = 0.8165$$

② 信号 $f = \{3, 2, 1\}$ を $f = F_0 \cdot P_0 + F_1 \cdot P_1 + F_2 \cdot P_2$ のように分解してください。

$$F_0 = 2$$

$$F_1 = 0.7071$$

$$F_2 = 0.4082$$

12 2/8
16 22

2) 以下の P_0, P_1, P_2, P_3 なる正規直交基底ベクトルを用いて、問いに答えよ

$$P_0 = (1 \ 1 \ 1 \ 1)$$

$$P_1 = (1 \ j \ -1 \ -j)$$

$$P_2 = (1 \ -1 \ 1 \ -1)$$

$$P_3 = (1 \ -j \ -1 \ j)$$

8x2 = 16点

① 信号 $f = \{1, 2, -2, 1\}$ を $f = F_0 \cdot P_0 + F_1 \cdot P_1 + F_2 \cdot P_2 + F_3 \cdot P_3$ のように分解してください。

$$F_0 = 0.5 = f \cdot P_0' / 4$$

$$F_1 = 0.75 - 0.25j$$

$$F_2 = -1$$

$$F_3 = 0.75 + 0.25j$$

② 信号 $f = \{3, 2, 1, -1\}$ を $f = F_0 \cdot P_0 + F_1 \cdot P_1 + F_2 \cdot P_2 + F_3 \cdot P_3$ のように分解してください。

$$F_0 = 1.25$$

$$F_1 = 0.5 - 0.75j$$

$$F_2 = 0.75$$

$$F_3 = 0.5 + 0.75j$$

$$F_0 \cdot P_0 + F_1 \cdot P_1 + F_2 \cdot P_2 + F_3 \cdot P_3 = [3, 2, 1, -1]$$

ok

3) 以下の N 点 DFT の定義式 (MATLAB での定義と同じ) を前提に、問いに答えよ。

6x3 = 18点

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi nk/N} \quad (k = 0, 1, \dots, N-1)$$

① $x=(0,1,2,3,4,5,6,7)$ なる 8 点の信号を DFT した出力値 $X(0), X(1), X(2), X(3), \dots, X(7)$ を絶対値の大きい順にならべよ。大きさが同じ場合はインデックスが小さい順とせよ。

abs(fft(x))

$$|X(0)| = 28, |X(1)| = 10.4525, |X(2)| = 5.6569, |X(3)| = 4.3296, |X(4)| = 4$$

$$|X(5)| = 4.3296, |X(6)| = 5.6569, |X(7)| = 10.4525$$

$$X(0), |X(1), X(7)|, |X(2), X(6)|, X(3), X(5), X(4)$$

② $x=(1,0,-1,0,1,0,-1,0)$ を 8 点の信号を DFT した出力値 $X(0), X(1), X(2), X(3), \dots, X(7)$ は 2 つの要素以外はすべて 0 になる。非零の要素 $X(a), X(b)$ の値および、 $a, b (a < b)$ の値はいくらか?

$$X(2) = 4, X(6) = 4$$

$$a = 2, b = 6$$

③他の信号 y を 8 点 DFT すると、②と同様に 2 つの要素以外はすべて 0 になった。

②の $a, b (a < b)$ を用いて、 $X(a+1), X(b-1)$ が非零要素で値は②と同じであった。この信号 y を求めよ。

$$[0 \ 0 \ 0 \ 4 \ 0 \ 4 \ 0 \ 0]$$

↓
ifft

$$y = [1, -0.7071, 0, 0.7071, -1, 0.7071, 0, -0.7071]$$

以上